LA NAISSANCE POSTHUME D'ÉVARISTE GALOIS (1811-1832)

Caroline EHRHARDT*

RÉSUMÉ : La publication des travaux de Galois dans le *Journal de Liouville* (1846) a été annoncée lors d'un débat entre les académiciens Libri et Liouville, dès 1843. Plutôt que de restreindre cette publication à une étude de controverse, nous voudrions montrer qu'elle s'inscrit dans un contexte plus large de redéfinition de l'algèbre, dont ce débat est un révélateur. Pour comprendre la redécouverte de Galois, il faut l'inscrire dans le temps médian des pratiques et des usages mathématiques.
MOTS-CLÉS : Galois, permutations, équations, histoire des mathématiques.

THE POSTHUMOUS BIRTH OF ÉVARISTE GALOIS (1811-1832)

ABSTRACT : The publication of Galois' works in the Journal de Liouville *(1846) was announced during a debate between academicians Libri and Liouville as early as 1843. Rather than limiting this publication to a study of controversy, we would like to show that it is inscribed in a larger context of the redefinition of algebra, which this debate illuminates. In order to understand the rediscovery of Galois, it must be inscribed in the median time of mathematical practices and usages.*
KEYWORDS : Galois, permutations, equations, history of mathematics.

ولادة جالويس ايفاريست بعد وفاته (1811-1832)

كارولينا إيرهار

ملخص : إن نشر أعمال جالويس في جريدة ليوفيل (1846) كان قد اعلن أعلن عنها خلال مناظرة بين الأكاديميين ليبيري و ليوفيل ، ابتداءا من سنة 1843. بدلا من الحد من نشر دراسة مثيرة للجدل ، نود أن نثبت أنها جزء من إعادة تعريف أوسع للجبر ،حيث يكشق هذا النقاش تداعياتها. فمن اجل فهم إعادة اكتشاف جالويس ، لا بد من تسجيلها في وقت وسيط بين الممارسة وبين استعمال الرياضيات.
الكلمات المفاتيح : جالويس ، المعادلات ، المبادلات, تاريخ الرياضيات.

---

* Caroline Ehrhardt, née en 1976, est chargée de recherches au Service d'histoire de l'éducation, de l'Institut national de recherches pédagogiques. Ses travaux portent sur l'histoire de l'algèbre au XIXe siècle et sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques à la même période. Elle a récemment publié « A Social History of the "Galois Affair" at the Paris Academy of Sciences (1831) », *Science in Context*, n°1, 2010. *Adresse* : Service d'histoire de l'éducation, INRP, 45, rue d'Ulm, F-75230 Paris, cedex 5 (caroehrhardt@free.fr).

Revue de synthèse : tome 131, 6e série, n° 4, 2010, p. 543-568. DOI : 10.1007/s11873-010-0135-y

DIE POSTHUME GEBURT DES ÉVARISTE GALOIS (1811-1832)

Zusammenfassung : Die Veröffentlichung von Galois' Arbeiten im Journal de Liouville *(1846) wurde anlässlich einer seit 1843 laufenden Debatte zwischen den Akademiemitgliedern Libri und Liouville angekündigt. Anstatt diese Veröffentlichung auf eine Untersuchung der Kontroverse zu beschränken, möchten wir zeigen, dass sie in einen größeren Kontext der Neubestimmung der Algebra gehört, für die die Debatte ein Indiz darstellt. Um die Wiederentdeckung Galois' zu verstehen, muss man sich auf die mittlere Ebene der mathematischen Praktiken und Verwendungen einlassen.*

Stichwörter : Galois, Permutationen, Gleichungen, Mathematikgeschichte.

EL NACIMIENTO PÓSTUMO D'ÉVARISTE GALOIS (1811-1832)

Resumen : La publicación de los trabajos de Galois en la revista Journal de Liouville *(1846) fue anunciado durante un debate entre los académicos Libri y Liouville, en 1843. En lugar de restringir esta publicación a un estudio sobre esta controversia, querríamos mostrar su inscripción en un contexto más amplio de redefinición de la álgebra, que este debate revela. Para comprender el redescubrimiento de Galois, debemos inscribirlo en el tiempo mediante las prácticas y los usos matemáticos.*

Palabras claves : Galois, permutaciones, ecuaciones, historia de las matemáticas.

埃瓦裡斯特・伽羅瓦（1811-1832）
的死後重生

加羅麗娜・埃拉德

摘要：伽羅瓦的研究成果於1846年在«劉維爾雜誌 »（又名純粹與應用數學雜誌）上發表，這肇始於1843年起科學院院士利博利和劉維爾之間的一場爭論。與其將這一發表限制成對一場爭論的研究，我們更想強調它後面更大的背景，即對代數的重新定義，這場爭論體現了這一背景。爲了理解對伽羅瓦的重新發掘，必須將之放在數學實踐和應用的中時段上來考察。

關鍵詞：伽羅瓦，排列置換，方程式，數學史。

エヴァリスト・ガロア
(1811-1832)の死後出版の誕生

キャロリン・エアハルト

要約：リウヴィル新聞(1846)へのガロアの業績の掲載は、1843年以来アカデミー会員である、リブリとリウヴィルの討論の最中に発表された。本文では、彼らの討論に焦点を当てるだけでなく、この討論が、代数の再定義というより大きな背景に関係するということに注目したい。ガロアが再び注目されるに至った背景を理解するためには、数学の実践と利用に費やされた期間を考慮しなければならない。

キーワード：ガロア、順列、方程式、数学の歴史。

En 1846, les œuvres mathématiques d'Évariste Galois paraissent dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*, dirigé par Joseph Liouville[1]. Cette publication, en rompant avec les quatorze années de silence qui entourent ces travaux depuis la mort de l'auteur en 1832, marque ainsi la naissance posthume de Galois. En effet, le « Mémoire sur les conditions de résolubilité des équations par radicaux », résultat des recherches les plus abouties de Galois, n'avait pas reçu l'approbation de l'Académie des sciences de son vivant. Sans opposer un rejet catégorique au mémoire, les académiciens Sylvestre-François Lacroix et Siméon-Denis Poisson avaient alors jugé que les raisonnements n'y étant « ni assez clairs ni assez développés », il était préférable « d'attendre que l'auteur ait publié en entier son travail pour se former une opinion définitive[2] ». L'édition de Liouville ne comble en rien les lacunes que l'Académie reprochait au travail de Galois. De fait, seules quelques erreurs typographiques ont été modifiées et aucune démonstration supplémentaire ou compléments de preuves n'y sont fournis. Pourtant, après 1846, le mémoire de Galois attire l'attention de nombreux commentateurs, un peu partout en Europe, qui entreprennent de le compléter, de l'exploiter et de l'étendre. De leurs efforts est née une nouvelle théorie mathématique, la « théorie de Galois », fréquemment enseignée dans les universités depuis la fin du XIXe siècle.

Dès lors que l'on refuse de raisonner en termes de « précurseur » ou « d'influence », bien trop vagues pour refléter une quelconque conceptualisation historique, le contraste entre l'infortune de Galois et la postérité de son œuvre cesse d'apparaître comme un heureux hasard de l'histoire des mathématiques pour redevenir une question d'histoire, pour laquelle l'édition de Liouville constitue un moment fondamental. Or, si les historiens se sont attachés à en étudier les conséquences mathématiques, ils se sont contentés de prendre au sérieux, s'agissant des circonstances de cette publication, les dires de Liouville. Celui-ci explique dans l'avertissement placé en tête de l'édition que « c'est en cédant aux vœux des amis d'Évariste, [...] pour ainsi dire sous les yeux de son frère », qu'il s'est livré à l'étude des manuscrits[3]. Il s'agirait donc d'une entreprise parfaitement fortuite et étrangère aux circonstances de la recherche.

Il est vrai que la redécouverte de Galois n'est pas due à un renouvellement important des connaissances algébriques entre 1832 et 1846, qui aurait éclairé ses recherches sous un jour nouveau et motivé le travail de l'éditeur[4]. Néanmoins, cette image d'Épinal du savant désintéressé qui n'a pas d'autre objectif que de réparer une injustice ne résiste pas à l'examen des archives de l'Académie des sciences: c'est afin de trouver des arguments contre Guillaume Libri, son grand rival, que Liouville s'est tourné vers les travaux de Galois. Plutôt que de restreindre cet épisode à une analyse de controverse entre deux acteurs, nous voudrions montrer que la publication des recherches de Galois s'inscrit dans un contexte bien plus large de redéfinition des frontières et des problématiques de l'algèbre au sein de l'édifice mathématique, dont le débat entre Liouville et Libri est un révélateur: cette édition atteste que l'objet d'étude de Galois

1. Galois, 1846.
2. Poisson, 1831, p. 661.
3. Liouville, 1846a, p. 382.
4. Sur le développement de l'algèbre au cours du premier XIXe siècle: Kiernan, 1971.

rejoint désormais les intérêts des mathématiciens parisiens[5]. Ni le moment du débat ni l'apparition de nouveaux savoirs ne suffisent à comprendre la redécouverte de Galois ; il faut, pour cela, inscrire cette publication dans le temps médian des pratiques et usages mathématiques.

En outre, les conséquences concrètes du travail éditorial de Liouville, qui font de l'œuvre de Galois un objet mis à la disposition d'un large public international et non plus un texte désincarné, n'ont pas été abordées jusqu'ici. Si cette publication est vierge de toute forme d'interprétation mathématique, elle n'en demeure pas moins une matérialisation de cette œuvre qui fournit, à travers la préface de Liouville, une grille de lecture spécifique et participe de la construction de la mémoire que les mathématiciens auront de Galois. La publication dans le *Journal de Liouville* initie donc tout à la fois la postérité de l'œuvre et celle du personnage.

UN MICRO-ÉVÉNEMENT À L'ACADÉMIE DES SCIENCES
L'ANNONCE DE LA PUBLICATION DES TRAVAUX DE GALOIS

Le 4 septembre 1843, le nom de Galois est mentionné à l'Académie des sciences pour la première fois depuis son décès. Ce retour sur le devant de la scène est le fait de Joseph Liouville, qui annonce :

> « Dans les papiers d'Évariste Galois, j'ai trouvé une solution aussi exacte que profonde de ce beau problème : "Étant donné une équation irréductible de degré premier, décider si elle est ou non résoluble à l'aide des radicaux." Le Mémoire de Galois est rédigé peut-être d'une manière un peu trop concise. Je me propose de le compléter par un commentaire qui ne laissera, je crois, aucun doute sur la réalité de la belle découverte de notre ingénieux et infortuné compatriote[6]. »

Les travaux de Galois seront finalement publiés trois ans plus tard dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées* ; le commentaire annoncé, quant à lui, demeurera à l'état de brouillons[7].

Cette déclaration intervient dans un contexte particulier : depuis quelques semaines, un débat fait rage entre Liouville et Libri, qui revendique la priorité de résultats concernant les fonctions elliptiques alors que Liouville, dans un rapport lu lors de la séance du 14 août sur un mémoire de Charles Hermite relatif aux fonctions abéliennes, attribue ces découvertes à Niels-Henrik Abel[8]. Point de départ de la controverse entre les deux académiciens, les fonctions elliptiques n'en constituent pas pour autant l'enjeu, qui se déplace immédiatement vers la résolubilité des équations relatives à la division

5. L'analyse de controverse fait partie des thèmes importants explorés par les *science studies*. Sans faire ici un bilan historiographique ni revenir sur l'intérêt et les limites de cette méthode, il convient de rappeler quelques études essentielles : COLLINS, 1985 ; RUDWICK, 1985 ; SHAPIN et SCHAFFER, 1985. En ce qui concerne plus spécifiquement les mathématiques : BLOOR, 1978 et 1981 ; HILL, 1998.

6. LIOUVILLE, 1843c, p. 448-449.

7. Bibliothèque de l'Institut, ms 2108. Une édition partielle se trouve dans LÜTZEN, 1990, p. 559-580, 759-766, et dans HIRANO, 1984.

8. LIOUVILLE, 1843a, p. 295.

de la lemniscate en parties égales puis, de manière plus générale, vers la résolubilité algébrique des équations[9]. Finalement, l'essentiel de la discussion porte sur la validité d'un théorème que Libri a démontré en s'inspirant d'une méthode développée par Joseph-Louis Lagrange, selon lequel toute équation dont les racines peuvent se mettre sous la forme r, $\varphi(r)$, $\varphi^2(r)$, …, où φ est une fonction rationnelle et r l'une des racines, est résoluble par radicaux. Cet énoncé, qui figure dans deux mémoires publiés de Libri, a été validé par le milieu mathématique[10].

Liouville, pourtant, revient sur le jugement de ses pairs lors de la séance du 21 août 1843, en accusant la démonstration de Libri d'être remplie « d'assertions hasardées et d'erreurs graves ». Il énumère ainsi les arguments mathématiques que l'on peut opposer aux revendications de Libri en suivant pas à pas le fil des deux mémoires. Au-delà de la question de priorité, il s'agit, en fait, d'un véritable procès en incompétence mathématique. Libri réplique en déplaçant les termes du débat sur un terrain qui n'est plus celui de l'argumentation mathématique. D'une part, il affirme que les mathématiques ne sont ici que le prétexte à un conflit de personnes, Liouville ayant selon lui « une opinion préconçue ». D'autre part, Libri rappelle que ses travaux d'algèbre ont été validés par des mathématiciens reconnus, alors que Liouville ne peut pas être véritablement considéré comme un expert en la matière. Par exemple, il explique que, lorsqu'il professait son cours sur la théorie des équations au Collège de France, les difficultés dont Liouville fait état avaient été facilement surmontées par les étudiants ; ou encore, que les démonstrations de Liouville ne sont elles-mêmes pas exemptes d'erreurs et d'imprécision, au point d'avoir parfois été remises en cause par des géomètres faisant autorité[11]. Fidèle à la stratégie qu'il avait mise en place au départ, Liouville rétorque, lors de la séance du 4 septembre, en proposant une nouvelle argumentation purement mathématique. C'est alors qu'il annonce, comme profitant de l'occasion, son intention de publier les papiers de Galois assortis de son propre commentaire.

Toutefois, il est peu probable qu'il s'agisse là d'une déclaration fortuite. D'une part, Libri n'a pas manqué d'insinuer que Liouville n'est pas, au fond, un spécialiste de l'algèbre. En déclarant qu'il travaille sur les manuscrits de Galois, que Lacroix et Poisson avaient en leur temps jugés incompréhensibles, Liouville ne peut manquer d'asseoir sa légitimité en ce domaine. D'autre part, cette première évocation vise à rétablir la crédibilité scientifique de Galois, en présentant son théorème comme une solution « aussi exacte que profonde » au problème de la résolubilité. Aussi, lorsque Liouville convoque une nouvelle fois Galois au débat deux semaines plus tard, le 19 septembre, il peut se permettre, cette fois, de s'en servir contre son adversaire : par sa première déclaration, il a réduit à néant les possibilités d'objections faisant référence au jugement initial des académiciens de 1830. Dans cette troisième intervention, il explique donc que Libri ne saurait être parvenu, comme il l'affirme, à « résoudre complètement les équations dont toutes les racines peuvent s'exprimer rationnellement par une seule d'entre elles », puisque cet énoncé est en contradiction avec le travail

9. La lemniscate est une courbe paramétrée qui a la forme du symbole infini : ∞.
10. Libri, 1833 et 1838.
11. Libri, 1843.

de Galois, selon lequel l'existence de tels rapports entre les racines ne garantit pas la résolubilité [12].

Cette querelle s'achève quinze jours plus tard, par un déplacement de l'arène du débat : Liouville produit une nouvelle démonstration mathématique du résultat que Libri prétendait avoir démontré sur la division du périmètre de la lemniscate, qu'il lit à l'Académie et publie rapidement dans son journal [13]. Il établit donc par là tout à la fois sa supériorité scientifique et l'erreur de son adversaire.

Ainsi, l'annonce de la publication des recherches de Galois n'est pas un événement fortuit : elle est instrumentalisée par Liouville afin, d'une part, de démontrer mathématiquement que les articles de Libri contiennent effectivement des erreurs, et, d'autre part, de prouver aux yeux des pairs que ses propres compétences en matière d'équations sont bien plus étendues que son adversaire ne l'affirme. Plus encore, ce n'est pas non plus un événement destiné à faire date. Il ne s'agit en fait que d'un argument de plus dans une stratégie de longue haleine, initiée dès 1838.

En effet les deux hommes, adversaires notoires, n'en sont pas à leur première querelle. C'est Liouville qui ouvre les hostilités en 1837, en accusant à mots couverts Libri, célèbre pour son érudition en histoire des mathématiques, d'avoir publié sous son nom un théorème que D'Alembert avait déjà démontré dans une lettre peu connue adressée à Lagrange [14]. En 1838, il publie également de virulentes critiques des travaux de Libri sur la théorie de la chaleur dans son journal. Appuyé par François Arago, alors secrétaire perpétuel et également en conflit avec le mathématicien italien [15], Liouville entreprend ainsi une démolition systématique de la réputation scientifique de Libri [16]. Celui-ci, en retour, tente sans succès en 1839 de saboter l'élection de Liouville à l'Académie. Un nouvel affrontement éclate entre les deux mathématiciens dès 1840 à propos d'un résultat de Dirichlet, présenté par Liouville et dont Libri met en doute l'exactitude ; il se solde par une victoire de Liouville, qui parvient à réfuter les critiques émises par Libri. Enfin, quelques jours avant l'ouverture de la controverse qui nous occupe, Libri a été élu professeur au Collège de France face à Liouville et à Augustin-Louis Cauchy [17].

Ces épisodes ont sérieusement entaché la réputation de Libri dans le milieu mathématique parisien. Ainsi, le débat de 1843 n'est pas le seul où Libri a été soupçonné de plagiat : en 1842, Cauchy estime nécessaire de rappeler, suite à une communication de Libri à l'Académie, que plusieurs des points abordés ont déjà été démontrés dans ses propres travaux [18]. De même, l'élection de Libri au Collège de France s'est faite contre l'avis de deux membres de la section de géométrie, Charles Sturm et Gabriel Lamé, qui avaient écrit au président de l'Académie afin de souligner « l'inaptitude du

12. Liouville, 1843d, p. 553.

13. Liouville, 1843e.

14. Liouville, 1837b.

15. Libri fait ainsi de ses contributions (sous un faux nom) à la *Revue des deux mondes* une attaque en règle contre le secrétaire perpétuel (Libri, 1840).

16. Maccioni Ruju et Mostert, 1995, p. 90-91.

17. Belhoste et Lützen, 1984.

18. Libri, 1842, p. 410-411.

candidat[19] ». Enfin, lors de la controverse de l'automne 1843, Poinsot se place aux côtés de Liouville et « intervient personnellement » au cours de la communication de Libri pour « faire valoir ses droits[20] ». Liouville, en revanche, demeure un mathématicien estimé de ces confrères, que ce soit pour ses propres recherches ou pour le travail éditorial qu'il effectue dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*. Une lettre de Coriolis décrit ainsi de manière saisissante la position des deux rivaux dans le champ mathématique en 1840 :

> « M. Liouville […] a une grande facilité pour les mathématiques. Il lui vient des idées originales […] et peut produire de bons travaux. Après la mort de M. Poisson, ce sera le membre de l'Académie qui connaîtra le mieux tous les ouvrages de mathématiques. […] Liouville a en horreur M. Libri, qu'il accuse d'être double et d'agir contre les gens […] : c'est un Italien, dit-il de temps en temps, il s'attaque à l'Académie. M. Libri a de la présence d'esprit, mais il est toujours battu par les trois ou quatre personnes qui entendent la matière. Ce n'est qu'un mathématicien assez superficiel […] et M. Liouville ne l'attaque jamais sans avoir raison[21]. »

Toutefois, le déséquilibre paraît moins marqué dans le domaine particulier qui fait l'objet du débat de 1843. En effet, comme on l'a vu, Libri a publié plusieurs études sur les équations dans les années 1830 ; les références qui y sont faites dans des travaux ultérieurs, en France comme à l'étranger, attestent que ses recherches étaient encore prises au sérieux[22]. De la même manière, c'est lui qui avait été choisi en 1840 par l'Académie pour s'occuper de la publication posthume du mémoire d'Abel sur les fonctions transcendantes, qui faisait également appel à la théorie des équations[23]. Au contraire, la théorie des équations demeure un thème marginal dans les travaux de Liouville : si son travail de recherche, au tournant des années 1840, tend à délaisser les mathématiques appliquées pour les mathématiques pures, il n'en reste pas moins reconnu avant tout pour ses contributions dans le domaine de l'analyse mathématique.

Le recours aux travaux de Galois s'inscrit ainsi dans une stratégie qui dépasse le cadre du débat d'août-septembre 1843. Elle consiste, d'une part, à placer Liouville en position de force parmi les algébristes, afin qu'il puisse lutter à armes égales avec Libri en ce domaine et, d'autre part, à faire des écrits de Galois un objet légitime aux yeux des géomètres, afin que l'utilisation que Liouville en fait pour prouver les erreurs de Libri soit acceptée sans objections.

La méthodologie d'analyse des controverses permet donc tout à la fois de remettre en cause les déclarations de Liouville (celui-ci est bien loin d'agir de façon désintéressée

19. Belhoste et Lützen, 1984.
20. Libri, 1843, p. 437.
21. Lettre de Gaspard-Gustave Coriolis à sa cousine, Madame Benoist, 24 mai 1840. Cette lettre est conservée aux archives de l'Académie des sciences ; elle est reproduite dans Verdier, 2009, p. 174.
22. Lacroix, 1835, p. 344 ; Moigno, 1844, p. 582 ; Verhulst, 1841, p. 295 ; *Histoire et mémoires de l'Académie royale des sciences, Inscription et Belles-Lettres de Toulouse*, t. 6, 1re part., 1839-1841, p. 61 ; *Report of the Annual Meeting of the British Association for the Advancement of Science*, n° 3, 1834, p. 322 ; Gregory, 1846, p. 317 ; Boole, 1859, p. 204.
23. Abel, 1841 ; sur cette publication : Del Centina, 2002 et 2006.

à la demande des « amis d'Évariste »), de comprendre pourquoi ce type de justification a été employé dans le *Journal de Liouville* (les luttes intestines de l'Académie ne peuvent transparaître que de manière voilée dans une revue qui se présente comme « une entreprise vraiment scientifique[24] ») et, enfin, d'éclairer les circonstances du micro-événement que constitue la publication des écrits de Galois. On comprend ainsi comment la naissance posthume d'Évariste Galois a eu lieu. Néanmoins, une telle analyse ne suffit pas à expliquer pourquoi Liouville a continué à s'intéresser à Galois trois ans après la controverse, ni comment il s'y est pris pour pérenniser la publicité qu'il avait offerte aux travaux de ce mathématicien. Il nous faut, pour répondre à ces questions, sortir du contexte local de la naissance posthume de Galois pour aborder, à une échelle plus large, le problème de la légitimation et de l'assimilation des savoirs mathématiques.

LA PUBLICATION DES TRAVAUX DE GALOIS UN RÉVÉLATEUR DES CHANGEMENTS DE L'ALGÈBRE

L'algèbre n'a pas connu lors du premier XIXe siècle de bouleversements comparables à ceux qui ont conduit à la refonte de la discipline après 1860. Au temps de Galois, elle se confond encore avec la théorie des équations et consiste essentiellement en la recherche de méthodes, reposant sur des procédés tant algébriques qu'analytiques, permettant d'obtenir des solutions effectives et calculables. L'algèbre est alors bien moins une théorie mathématique globale qu'une pratique de calculs, qui ne saurait porter sur des objets autres que des « quantités », c'est-à-dire des données intuitives qui ne nécessitent aucune définition abstraite préalable. En outre, l'échec relatif des recherches de Lagrange sur les équations et la prédominance du modèle analytique ayant conduit les géomètres à se désintéresser de ce domaine de recherche, la tradition savante algébrique, si elle demeure très présente dans le milieu mathématique français grâce à la place prépondérante qu'elle occupe dans les programmes des classes préparatoires, laisse peu de place à l'innovation[25]. Galois, tout en s'appuyant sur cet habitus algébrique et en demeurant attentif à la dialectique théorie-applications si chère aux polytechniciens qui dominaient alors le champ mathématique, était loin de disposer du capital symbolique suffisant pour parvenir à imposer une interprétation hétérodoxe dans un domaine de recherche qui n'était pas en vogue à l'Académie dans les années 1830[26].

À première vue, la situation demeure sensiblement identique au moment où Liouville entreprend de publier l'œuvre de Galois : l'histoire des mathématiques n'a retenu aucun résultat majeur entre 1832 et 1846 qui aurait pu rendre l'exploitation de ces recherches nécessaire d'un point de vue scientifique. En ce qui concerne la France, les années 1830-1850 apparaissent bien davantage comme une période de perpétuation de

24. LIOUVILLE, 1836, p. 4.
25. Lagrange a écrit deux ouvrages sur la théorie des équations : LAGRANGE, 1770 et 1798.
26. EHRHARDT, 2007, p. 51-178, et 2010.

l'esprit analytique hérité du XVIII^e siècle[27]. De fait, il faut attendre les années 1860-1870 pour que la mise en place des mathématiques que l'on peut qualifier de « modernes », à travers la recherche des fondements, l'essor de la logique et le développement de l'idée de structure ne modifient profondément les contenus des savoirs et les systèmes de représentations algébriques[28]. Or, si Galois est systématiquement évoqué par les historiens des mathématiques comme faisant partie des initiateurs de ce mouvement, tout se passe comme si l'essor de l'algèbre était un phénomène cantonné à la deuxième moitié du XIX^e siècle, avec, parmi les actes de naissance envisageables, la publication du *Journal de Liouville* de 1846 qui a rendu possible l'exploitation des travaux de Galois[29].

Néanmoins, il nous semble hâtif d'exclure la première moitié du siècle de l'analyse du fait de l'inertie relative de la recherche algébrique, dans la mesure où l'essor d'un domaine est tout autant lié aux nouveaux résultats disponibles qu'à l'intérêt que les mathématiciens veulent bien lui accorder. Or, cet intérêt est conditionné, entre autres éléments, par les systèmes de représentations et les pratiques qui régissent les mathématiques dans leur ensemble à une époque donnée, les interactions entre les acteurs et les formations initiales qu'ils ont reçues, qui s'inscrivent davantage dans la moyenne durée que dans l'immédiateté de la découverte et qui ne passent pas nécessairement au travers du filtre de l'histoire des mathématiques.

En un mot, c'est parce que le terrain était favorable à de nouvelles formes de savoir et de pratiques algébriques que les relectures de Galois ont pris une telle importance et que la première d'entre elles, effectuée par Liouville, a donné lieu à une publication. L'édition de Liouville, certes, demeure liée à la rivalité qu'il entretient alors avec Libri. Mais si Liouville cherche à détrôner son concurrent du statut d'expert es équations algébriques dont il jouit alors, c'est sans doute également parce qu'il y a là une position à prendre qui ne relève plus de l'anecdotique : les équations algébriques sont devenues un domaine de recherches pour lequel cela vaut la peine de se battre, et qui mérite d'être publié dans un grand journal savant[30]. La légitimation des travaux de Galois n'est pas due au caractère exceptionnel de ces recherches, et elle n'est pas davantage une simple conséquence des querelles académiques. Nous voudrions montrer ici qu'elle s'inscrit dans une évolution structurelle sous-jacente des mathématiques françaises depuis les

27. La situation est très différente en Grande-Bretagne et en Allemagne, où l'algèbre ne se confond déjà plus avec la théorie des équations et ses applications pratiques (Durand-Richard, 1996 ; Corry, 1996).

28. Sur l'histoire de la théorie des ensembles : Grattan-Guiness, 2000 ; sur la théorie des groupes : Wussing, 1984.

29. Ce point de vue est développé dans Michel, 2003.

30. Outre ses propres contributions à la théorie des équations algébriques (Libri, 1837), le qualificatif d'expert que nous attribuons ici à Libri est issu du dépouillement des *Comptes rendus* : celui-ci a systématiquement été nommé commissaire pour examiner les travaux qui relèvent de ce domaine entre 1835 et 1837 (t. 1, p. 334 ; t. 2, p. 218, 291, 618 ; t. 3, p. 44, 250, 765 ; t. 4, p. 342, 622).

années 1830[31]. C'est donc la transformation du statut de la théorie des équations, ainsi que l'élargissement du domaine de l'algèbre qui l'accompagne dans les années 1830-1850, préludes nécessaires à la mise en place progressive de la nouvelle algèbre à partir des années 1860, qu'il nous faut maintenant examiner pour comprendre les modalités de la redécouverte des travaux de Galois.

La délimitation de l'objet ne va pas de soi ici : que faut-il entendre par algèbre ? Pour la période considérée, celle-ci ne constitue pas un domaine de recherches autonome : l'entrée correspondante dans l'index récapitulatif des *Comptes rendus des séances hebdomadaires de l'Académie des sciences* ne renferme que quelques références qui, mis à part un « Mémoire sur la synthèse algébrique » de Cauchy (1843), ont trait à l'histoire des mathématiques. Comme précisé par le renvoi de l'index, c'est dans la rubrique « analyse mathématique », commune, en fait, à la plupart des travaux qui relèvent des mathématiques, que l'on peut trouver des travaux d'algèbre[32]. En l'absence de catégorie délimitée par les acteurs eux-mêmes, et pour éviter l'anachronisme d'une définition qui reposerait sur des critères qui leur seraient étrangers, nous avons utilisé les tables des matières des manuels d'algèbres publiés dans les années 1830, dans la mesure où ils en donnent une définition relativement large, qui réduit le risque de laisser de côté des sources qui ne passeraient plus pour algébriques auprès d'un lecteur contemporain, et relativement partagée, puisque c'est cette délimitation du domaine qui est alors diffusée dans l'enseignement supérieur.

À côté des chapitres traditionnels sur la théorie des équations, qui concernent soit la résolution proprement dite soit des thèmes qui y sont liés, comme les fonctions symétriques et les fractions continues, l'*Algèbre supérieure* de Louis-Benjamin Francœur et le *Cours élémentaire d'algèbre* de Mathias Mayer et Charles Choquet comportent des développements sur l'exponentielle, le logarithme, la théorie des nombres, les séries, la dérivation et les permutations[33]. Cette image multiforme de l'algèbre est sans doute liée à des exigences pratiques, puisque les manuels se doivent de couvrir l'ensemble du programme des classes préparatoires à l'École polytechnique. Cependant, on voit apparaître ici une pratique institutionnalisée des mathématiques dans laquelle un certain mélange des genres entre l'analytique et l'algébrique est la règle. En outre, les contenus enseignés en classes préparatoires ont été sensiblement élargis depuis le début du siècle : le cours d'algèbre de Lacroix, par exemple, se limitait aux notions liées aux équations[34]. Enfin, les ouvrages de Francœur et de Mayer et Choquet opèrent un changement de perspective par rapport à celui de Lacroix, dans la mesure où des notions comme les fonctions symétriques, les permutations ou les nombres premiers

31. Choisir des bornes temporelles à une telle étude s'avère délicat, dans la mesure où il s'agit d'un phénomène très progressif. Le début des années 1830 correspond aux travaux de Galois, mais aussi à ceux d'Abel, de Libri, et à la publication posthume de recherches de Fourier sur les équations. Le choix de la fin des années 1840 est dicté par la publication de la première relecture de Galois par Betti, en 1851, et celle, en 1849, du *Cours d'algèbre supérieure* de Serret (Serret, 1849), qui offre une photographie de ce qu'était l'algèbre à la fin de la période considérée.

32. *Table générale des comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences (1835-1850)*, Paris, Bachelier, 1853, p. 517 et 524-535.

33. Choquet et Mayer, 1836 ; Francœur, 1838.

34. Lacroix, 1799 et 1801.

sont désormais introduites indépendamment de la théorie des équations et développées de manière bien plus approfondie, alors qu'elles étaient auparavant conçues comme de simples produits dérivés de cette théorie qui n'avaient pas d'intérêt intrinsèque. Les logiques d'apprentissages à l'œuvre dans ces différents manuels montrent ainsi que l'élargissement du domaine de l'algèbre *via* la mise en place de nouveaux objets s'accompagne d'une autonomisation de ses différentes parties vis-à-vis de la théorie des équations.

De plus, l'indépendance de ces nouveaux thèmes algébriques vis-à-vis de la résolution des équations trouve un écho dans la réalité des pratiques de recherches du milieu mathématique français, à l'intérieur comme à l'extérieur de l'Académie. Ainsi, si les questions algébriques demeurent, comme au début du siècle, minoritaires dans les séances académiques, les thèmes étrangers aux équations, pratiquement absents des débats lors de la période 1800-1830, y occupent une part égale à ceux qui y sont liés lors de la période 1835-1850, avec environ 10% des entrées de la table des *Comptes rendus*. Le fait que Cauchy, peut-être le plus grand mathématicien de l'époque, consacre à l'un comme à l'autre une large part de son activité atteste d'ailleurs que ces sujets recoupent désormais l'actualité de la recherche. Néanmoins, les deux domaines ne présentent pas un profil homogène. D'une part, la part des recherches consacrées aux équations tend à se réduire au profit de la part de celles abordant d'autres questions algébriques au tournant des années 1840, signe objectif de l'importance croissante que joue la nouvelle algèbre. D'autre part, le coût d'entrée et le capital symbolique nécessaires pour aborder cette dernière sont nettement supérieurs : alors que de nombreux « amateurs » continuent à envoyer le fruit de leurs efforts sur la résolution des équations à l'Académie des sciences, la théorie des nombres et les permutations ne sont étudiées que par quelques mathématiciens confirmés, comme Victor Amédée Lebesgue, Augustin-Louis Cauchy, Jacques Binet, Gabriel Lamé ou encore Joseph Liouville[35].

Le *Journal de Liouville*, en donnant accès aux mathématiques extra-académiques, permet de compléter ces premières conclusions. La part de l'algèbre y est moins importante (environ 12% des articles publiés entre 1836 et 1850), mais cette revue, contrairement à l'Académie, n'est pas tenue de prendre en considération les travaux moins novateurs. De fait, le *Journal de Liouville* ne publie qu'exceptionnellement des articles qui abordent la résolution des équations de manière traditionnelle. En revanche, Liouville n'hésitant pas à ouvrir les colonnes de son journal à des mathématiciens débutants ou peu connus, l'éventail des auteurs y est beaucoup plus large que dans la table des *Comptes rendus*.

35. Nous définissons ici les « amateurs » comme les auteurs qui n'envoient qu'un seul mémoire au cours de la période. Il y a toutefois deux exceptions au schéma global que nous décrivons : Serret et Bertrand, qui publient tous deux un article que nous avons classé dans la catégorie « nouvelle algèbre » (portant sur le nombre de valeurs que prend une fonction quand on permute ses variables), ne sont encore que des mathématiciens débutants.

Ainsi, l'algèbre est en train de reprendre place à tous les niveaux de la matrice disciplinaire française, et elle concerne désormais des objets autres que les polynômes. Il existe, dans les années 1830-1850, un courant de recherches en algèbre qui s'est affranchi de la théorie des équations et qui, s'il est loin de concerner l'ensemble du milieu mathématique, n'est pas non plus le fait de quelques auteurs réputés : il ne s'agit certes pas d'une véritable révolution, mais les traces d'un renouveau sont bel et bien visibles. La publication de l'œuvre de Galois en 1846 n'est donc pas un acte isolé : elle s'inscrit au contraire dans une évolution structurelle de l'algèbre, à laquelle répond la logique éditoriale de Liouville. Ce constat nous invite maintenant à examiner comment les recherches de Galois s'intègrent dans le nouveau paysage algébrique français, en faisant jouer la tension entre contenus et pratiques mathématiques sur deux caractéristiques objectives de l'œuvre de Galois, à savoir l'utilisation des objets inédits que sont les permutations et la question traitée, c'est-à-dire la résolution algébrique.

LES PERMUTATIONS, OUTILS PRATIQUES OU OBJETS ABSTRAITS ?

La notion de permutation était loin de constituer une nouveauté du temps de Galois : depuis les recherches de Lagrange sur la résolution algébrique, à la fin du XVIIIe siècle, et plus encore depuis le commentaire qu'en avait fait l'académicien Poinsot en 1808, les géomètres connaissaient bien les liens que cette notion entretenait avec la résolution algébrique des équations [36]. De fait, Galois s'inscrivait parfaitement sur ce point dans les problématiques de son époque quant aux moyens à mettre en œuvre, et il n'était pas le seul à avoir exploré cette voie. Abel et Gauss, par exemple, s'y étaient aventurés avant lui. Néanmoins, au moment des déboires de Galois avec l'Académie des sciences, il n'y avait eu qu'une seule tentative pour théoriser la notion de permutation. Au début de sa carrière, en 1815, Cauchy avait publié un article « Sur le nombre de valeurs qu'une fonction peut acquérir lorsqu'on y permute de toutes les manières possibles les quantités qu'elles renferment [37] », mais il faut bien reconnaître que celui-ci n'avait trouvé que peu d'écho, et qu'il s'agissait d'avantage d'une esquisse que d'une théorie aboutie. La constitution de la notion de permutation en théorie mathématique est un épisode bien connu : entre 1844 et 1846, Cauchy publie une longue série d'articles à ce sujet dans les *Comptes rendus*, ainsi qu'un « Mémoire sur les arrangements que l'on peut former avec des lettres données [38] ». Il y met en œuvre des pratiques mathématiques nouvelles qui rejoignent l'utilisation que faisait Galois des permutations et qui, surtout, témoignent de l'évolution de la pensée algébrique dans les années 1840.

---

36. POINSOT, 1808.
37. CAUCHY, 1815.
38. La définition que fait Cauchy des « systèmes de substitutions conjuguées » est souvent interprétée comme l'acte de naissance de la notion de groupe, premier objet de l'algèbre structurelle. Il nous paraît néanmoins hasardeux de l'analyser en ces termes : la question du point de vue algébrique structurel ne peut être, selon nous, que la transposition anachronique des représentations de l'historien sur une production à laquelle les schémas de pensée selon lesquels ce mathématicien raisonne sont parfaitement étrangers. En revanche, l'intérêt historique de ces travaux réside dans l'originalité dont ils font preuve quant aux pratiques algébriques nouvelles qu'ils mettent en œuvre (DAHAN, 1980).

D'une part, Cauchy transfère les problématiques classiques de définition des règles de calcul et de résolution d'équation vers un nouveau type d'objets, les permutations, et introduit pour cela un nouveau type de savoir-faire : alors que les méthodes de résolution traditionnelles s'appuient sur le calcul des solutions, les résultats de Cauchy légitiment une pratique démonstrative qui n'est plus fondée sur des règles opératoires mais sur des manipulations graphiques et des façons d'écrire et de situer les objets sur le papier. Ainsi, plusieurs démonstrations reposent sur une écriture de type matriciel de « systèmes de substitutions conjuguées », qui participe à une mise en ordre de ces ensembles, puis sur l'examen et le comptage des lignes et des colonnes[39].

D'autre part, lorsqu'il définit ensuite les « systèmes de substitutions conjuguées », Cauchy étudie pour eux-mêmes des ensembles qui contiennent des objets de second ordre, c'est-à-dire des opérations, et qui, au lieu d'être conçus comme de simples amalgames, sont organisés selon certains principes opératoires fixés par avance. Si l'on veut bien admettre que les travaux de Cauchy sur les substitutions font partie de l'algèbre (et même si ce n'est pas encore d'algèbre structurelle dont il s'agit) alors celle-ci n'est déjà plus synonyme, en 1845, de calculs et d'opérations, et ses objets ne sont plus seulement des quantités. La démarche algébrique de Cauchy est donc ici susceptible de familiariser les contemporains avec celle de Galois.

Néanmoins, l'exemple des permutations montre qu'il ne suffit pas qu'une théorie soit produite par un acteur de premier plan pour qu'elle trouve sa place dans le travail mathématique quotidien. Certes, l'usage des permutations comme procédé calculatoire, encore marginal dans les années 1830, s'est étendu lors de la décennie suivante : l'apparition de la notion de permutation dans les manuels scolaires témoigne de son statut d'outil commode et bien connu, qui n'est plus réservé au travail savant. Néanmoins, aucune conceptualisation particulière ne semble nécessaire à l'utilisation de cette notion. En effet, les permutations ne sont pas introduites comme des objets abstraits mais comme des objets que l'on compte et dont on se sert, pour les équations ou encore en probabilités. Elles n'ont ici d'autre intérêt que pratique.

De fait, la position de Cauchy sur les substitutions demeure marginale au milieu du XIXe siècle, y compris parmi les mathématiciens de la jeune génération. Par exemple, lorsque Serret et Bertrand abordent, respectivement en 1845 et 1850, la question du nombre de valeurs que prend une fonction quand on permute ses variables, c'est aux premiers travaux de 1815 de Cauchy qu'ils se réfèrent, sans intégrer aucune des nouveautés plus récentes qu'il propose. Les recherches de ces deux jeunes mathématiciens continuent de s'intégrer dans la tradition issue des travaux de Lagrange dans laquelle, comme l'écrit Serret, « les géomètres qui se sont occupés de la théorie des équations algébriques ont été conduits naturellement à étudier diverses questions relatives au nombre de valeurs que peut prendre une fonction quand on y permute les lettres qu'elle renferme[40] ».

Plus encore, l'usage des permutations dans un travail savant ne passe pas nécessairement par un effort de conceptualisation. On trouve ainsi une série d'articles sur ce thème, publiée dans le *Journal de Liouville* entre 1838 et 1841 par un petit

39. CAUCHY, 1844, p. 211-212.
40. BERTRAND, 1845 ; SERRET, 1850.

groupe d'auteurs relativement autonomes (Eugène Catalan, Olinde Rodrigues, Orly Terquem) qui font référence les uns aux autres tout en demeurant absents du débat académique, centrés sur des problèmes concrets de dénombrements et non sur la théorisation des notions utilisées. S'ils emploient de nouveaux objets, ces articles sont bien plus proches de l'esprit des manuels scolaires que des recherches théoriques de Cauchy. En effet, les questions abordées concernent les probabilités, les équations ou, de manière plus générale, les moyens de comptabiliser certaines situations de manière systématique. En outre, les démonstrations reposent exclusivement sur des procédés calculatoires, et n'excluent pas le recours à des méthodes analytiques.

Ainsi, à l'exception du travail de Cauchy, l'apparition des permutations dans la recherche mathématique ne s'accompagne ni d'un renouvellement des problématiques, ni de la mise en place de nouvelles pratiques. L'outil privilégié par Galois est donc devenu familier aux mathématiciens des années 1840-1850, mais sans que l'usage que Galois en faisait ne se soit répandu. Deux conditions sont donc réunies pour que la publication du « Mémoire sur les conditions de résolubilité des équations par radicaux » dans le *Journal de Liouville* soit pertinente : d'une part, ces recherches représentent une véritable innovation et, d'autre part, une large partie des lecteurs est désormais capable de suivre les raisonnements, puisque l'outil fondamental est relativement bien connu.

Néanmoins, la réunion des conditions nécessaires à la parution dans une revue savante ne suffit pas à garantir le succès d'un article : la publication, bien que légitimante, ne laisse pas présumer de l'assimilation ultérieure d'un travail de recherche dans l'édifice mathématique. Il faut encore, pour cela, que ces recherches prennent place dans le débat savant, c'est-à-dire qu'elles soient en adéquation avec les interrogations des acteurs contemporains qui travaillent dans le même domaine. Autrement dit, il fallait que l'hétérodoxie de Galois en matière d'équations algébriques corresponde, au moins partiellement, à la *doxa* des années 1840-1850 pour que celui-ci accède à la postérité. Nous allons donc nous tourner à présent vers la théorie des équations elle-même, afin d'examiner si les questions et savoir-faire qu'on lui associe dans les années 1840-1850 sont restés identiques à ceux des années 1830, ou si cette théorie a également bénéficié d'un certain renouveau.

LA THÉORIE DES ÉQUATIONS DANS LES ANNÉES 1840-1850
LES ÉVOLUTIONS D'UNE TRADITION

Si la rareté de la production en ce domaine interdit de voir dans la théorie des équations un thème à la mode pour la période qui nous intéresse, elle bénéficie néanmoins d'un certain regain d'intérêt dans le milieu mathématique français, qui se manifeste à plusieurs niveaux. D'une part, le problème de la résolution algébrique, en friche dans un premier XIXe siècle où les travaux de Galois et d'Abel faisaient figures d'exception, fait à nouveau partie de l'actualité mathématique. D'autre part, on assiste à une inversion de la hiérarchie entre les pratiques algébriques et analytiques, qui se manifeste au sein de la théorie des équations elle-même par un phénomène d'algébrisation des méthodes numériques classiques, mais aussi, de manière plus générale, par un élargissement du champ de l'algèbre à des équations qui relèvent originellement de l'analyse.

Pour la période 1800-1835, les seuls travaux signalés à l'Académie des sciences à propos de la résolution algébrique des équations sont ceux d'Abel et de Galois. Ce thème demeure peu représenté dans la recherche mathématique entre 1835 et 1850, mais ces deux mathématiciens semblent néanmoins avoir réouvert une piste, puisqu'on trouve dans les *Comptes rendus* la trace de recherches menées sur cette question pour la période qui nous intéresse[41]. Si le *Journal de Liouville* est resté imperméable au thème de la résolution algébrique, une autre revue, fondée par Terquem en 1842 et destinée aux étudiants en mathématiques, s'en est fait la tribune. Ainsi, dès 1842, l'éditeur des *Nouvelles annales de mathématiques* annonce qu'il prépare une traduction du mémoire d'Abel sur l'impossibilité de résoudre l'équation du 5e degré, et publie un article d'Hermite intitulé « Considérations sur la résolution algébrique du 5e degré[42] ». Trois ans plus tard, c'est un article de Pierre-Laurent Wantzel qui traite « De l'impossibilité de résoudre toutes les équations algébriques avec des radicaux » qui paraît à son tour dans cette revue[43]. Cet article, bien que marginal par rapport à l'ensemble de la production mathématique française, permet d'évaluer le statut du problème dans les années 1840.

Tout d'abord, au moment où il entreprend ces recherches, Wantzel n'est pas un débutant en mathématiques. Répétiteur à l'École polytechnique, dont il est un ancien élève, il a déjà présenté plusieurs articles à l'Académie : certains, en collaboration avec Adhémar Barré de Saint-Venant, portent sur des problèmes de mathématiques appliquées, d'autres sur des questions classiques d'analyse, comme la résolution des équations différentielles[44]. Il a également publié deux articles dans le *Journal de Liouville*, dont un qui aborde « la question d'analyse qui a pour but de déterminer la figure d'équilibre d'une masse fluide soumise aux attractions de ses particules et animée d'une vitesse constante de rotation ». À côté de ces recherches dans la plus pure tradition polytechnicienne, Wantzel s'est intéressé au problème de la construction à la règle et au compas, ainsi qu'à la résolution algébrique des équations[45]. Comme Liouville à la même époque, Wantzel est donc un mathématicien qui dispose d'un capital symbolique important, lié à son appartenance au réseau polytechnicien et à sa pratique de l'analyse, et qui, au lieu de faire fructifier ce capital par des travaux classiques de mathématiques appliquées, entreprend des recherches dans le domaine de la résolution des équations.

Or, tout comme Liouville, Wantzel aborde le problème des équations en prenant pour point de départ les travaux d'Abel et de Galois. En effet, l'article qu'il publie dans les *Nouvelles Annales* propose de donner une démonstration du théorème d'Abel sur l'impossibilité de résoudre les équations de degré 5, qui soit « assez claire et assez précise pour lever tous les doutes sur cette partie importante de la théorie des équations[46] ». La précision et la clarté que les contemporains reconnaîtront au travail

41. Ces recherches étant seulement mentionnées, il n'est malheureusement pas possible d'en étudier le contenu.
42. Hermite, 1842.
43. Wantzel, 1845.
44. Cajori, 1917.
45. Sur l'habitus polytechnicien : Belhoste, 2003, p. 163-302.
46. Wantzel, 1845, p. 57.

de Wantzel[47] ne sont pas dues à une modification conceptuelle des principes de la démonstration, mais à l'absence systématique des calculs explicites et des formules que l'on trouve en abondance chez Abel : Wantzel se contente d'expliquer quels seront les résultats des calculs, en donnant des indications sur la façon de les conduire[48]. Pour ce jeune mathématicien, clarté et dextérité opératoire ne sont donc plus synonymes. Bien au contraire, il semble avoir fait sien le principe de Galois selon lequel il faut se contenter de prévoir les transformations algébriques et ne pas chercher à les expliciter[49]. La coïncidence est d'autant plus remarquable que Wantzel, précisément, mentionne les recherches de Galois : en récapitulant les points de vue qui relèvent de la résolution par radicaux, il explique en effet que « le plus difficile de tous », savoir si une équation déterminée est résoluble ou pas, a été « à peine entrevu par Abel et n'a été attaqué avec quelque succès que dans un mémoire inédit de Gallois [*sic*], qui sera publié prochainement[50] ».

De plus, Wantzel et Liouville se rejoignent également sur le type de réponse considérée comme valable lorsque l'on aborde la résolution algébrique. En effet, Wantzel distingue explicitement la question de savoir si une équation déterminée est résoluble ou pas par radicaux, posée par Galois, de celle d'en obtenir effectivement les racines. Liouville, en 1837, avait également qualifié le problème en des termes comparables, expliquant qu'il y avait « deux sortes » de fonctions algébriques, « les unes exprimables et les autres non exprimables par combinaisons de radicaux », et qu'il fallait donc « distinguer ces deux genres de fonctions dans chaque cas particulier[51] ». Aux yeux de ces deux mathématiciens, la question de l'existence de solutions exprimables algébriquement est donc tout aussi légitime que celle de leur obtention pratique, et une réponse possible au problème de la résolubilité peut être de nature abstraite, en reposant sur une preuve existentielle et non constructionniste.

La résolution algébrique est donc non seulement devenu un thème de recherche légitime aux yeux de la jeune génération des mathématiciens (c'est-à-dire, finalement, des mathématiciens qui appartiennent à la classe d'âge de Galois), mais elle s'inscrit également dans une nouvelle tradition. D'abord, les travaux d'Abel et de Galois ont pris place à côté de ceux de Lagrange en tant que savoirs qui font référence en la matière. Ensuite, la résolution algébrique repose sur de nouvelles pratiques démonstratives, associées au nom de Galois, où le calcul algébrique explicite perd du terrain au profit de raisonnements plus abstraits. Enfin, les réponses attendues vont à l'encontre des

---

47. SERRET, 1849, préfère ainsi présenter la preuve de Wantzel, qu'il juge plus simple que celle d'Abel.

48. Il n'est pas inutile de citer ici le texte original pour donner à voir cette manière de rédiger : après avoir écrit les racines sous la forme $x_1 = \mathrm{A} + \mathrm{B}u + ... + \mathrm{M}u^{n-1}$, $x_2 = \mathrm{A} + \alpha u + \mathrm{B}\alpha^2 u^2 + \ldots$, WANTZEL (1845, p. 59-60) explique : « si l'on ajoute ces égalités membre à membre, il vient : $x_1 + x_2 + \ldots = \mathrm{n.A}$; si on les ajoute encore, après avoir multiplié respectivement par α^{n}, $\alpha^{\mathrm{n-1}}$, $\alpha^{\mathrm{n-2}}$... on obtient : $x_1 + \alpha^{n-1} x_2 + \alpha^{n-2} x_3 + \ldots = u.n$; en multipliant par α^n, α^{n-2}, α^{n-4}, on trouvera de même : $x_1 + \alpha^{n-1} x_2 + \alpha^{n-4} x_3 + \ldots = n\mathrm{B}u^2$; et ainsi de suite. Ces résultats proviennent de deux propriétés des racines [...] de l'unité : leur somme est égale à 0 et elles se reproduisent toutes par les puissances de chacune d'entre elles (excepté α^n ou 1) lorsque n est un nombre premier. »

49. GALOIS, 1997, p. 3-13.

50. WANTZEL, 1845, p. 58.

51. LIOUVILLE, 1837a, p. 57.

habitudes héritées du XVIIIe siècle, puisque que l'on admet des résultats qui ne fournissent ni solution effective, ni moyen d'en obtenir une. La publication des écrits de Galois ne constitue donc ni une rupture ni un événement déclenchant : l'espace de pertinence qui permet à cette œuvre de trouver son sens est désormais en place.

Néanmoins, il serait hâtif d'interpréter la nouvelle tradition esquissée ici comme les prémisses de l'algèbre structurelle, dans la mesure où les objets, les méthodes et les questions qu'elle recouvre ne sont pas conçus comme des entités autonomes, et qu'elles ne constituent pas les véritables enjeux du débat. On est encore bien loin de la discipline englobant toutes les mathématiques que les structures feront d'elle. L'algèbre n'est pas un champ organisé, avec un cadre disciplinaire partagé par une communauté de spécialistes. Les préoccupations premières des mathématiciens français demeurent analytiques et les équations que l'on étudie le plus sont les équations différentielles et numériques, c'est-à-dire celles qui correspondent à des problèmes concrets. Dans ce contexte, le recours à l'algèbre semble davantage correspondre à un besoin de clarification et de simplification, ou encore à une volonté de trouver de nouvelles sources d'inspirations là où les méthodes analytiques font défaut, qu'à un intérêt intrinsèque pour ce domaine [52]. L'algèbre, affranchie de la lourdeur des calculs et de la nécessité de travailler sur des objets numériques, est essentiellement étudiée pour les progrès qu'elle peut faire faire à l'analyse.

C'est sans doute sur ce point que se situent les enjeux profonds de la redécouverte de Galois et de la controverse entre Libri et Liouville. Ni l'un ni l'autre n'avait attendu 1843 pour prendre conscience des impasses auxquelles conduisaient les méthodes usuelles de résolution d'équations de type analytique. Tous deux savaient qu'il fallait en passer par l'algèbre si l'on voulait introduire des innovations significatives en analyse ; la place de premier géomètre de l'Académie était à ce prix. Or, face à ce constat, Libri et Liouville ont entrepris d'explorer exactement la même piste, qui consiste à tenter un transfert des questions et des méthodes de la résolution algébrique vers des problèmes analytiques.

En 1837, Liouville avait ainsi publié un « Mémoire sur la classification des transcendances et sur l'impossibilité d'exprimer les racines de certaines équations en fonction finie explicite des coefficients », où il proposait de prendre pour modèle la problématique de la résolubilité par radicaux :

> « Semblablement [aux équations algébriques], quand il s'agit d'équations transcendantes, il est naturel de chercher d'abord à les résoudre, en exprimant les inconnues par des fonctions finies explicites des coefficients, et comme on ne peut pas y réussir dans la plupart des cas, il faut en second lieu prouver que les valeurs des inconnues ne sont pas exprimables par cette sorte de fonction. On aura alors épuisé complètement la question [53]. »

52. Cette tendance se manifeste par un phénomène d'algébrisation de résultats concernant la résolution numérique, comme le théorème de Sturm sur le nombre de racines réelles des équations (SINACEUR, 1991, p. 124-140).

53. LIOUVILLE, 1837a, p. 57.

Ce manifeste faisait alors écho aux propos de Libri qui, un an auparavant, affirmait dans une « Note sur les rapports qui existent entre la théorie des équations algébriques et la théorie des équations linéaires aux différentielles et aux différences » :

> « La similitude entre ces deux classes d'équations s'étend très loin, et permet de traiter les équations différentielles linéaires par des méthodes analogues à celles que l'on emploie dans la théorie des équations algébriques [54]. »

Il est possible, d'ailleurs, que les deux mathématiciens aient alors agi de concert : ces publications sont antérieures à leurs disputes, et s'insèrent toutes deux dans les colonnes du *Journal de Liouville*. Néanmoins, qu'il s'agisse d'un effort commun ou de tentatives concurrentes, les contenus des articles montrent qu'aucun des deux mathématiciens n'était alors parvenu à remplir cet agenda [55]. Ces premiers échecs, loin de conduire à l'abandon des méthodes algébriques par les deux protagonistes, les ont au contraire encouragés à poursuivre leur exploration et à rouvrir le dossier de la théorie générale des équations. De fait, l'intérêt que porte Liouville aux travaux de Galois ne constitue pas une démarche isolée : en 1841-1842, lorsqu'il supplée à Lacroix au Collège de France, Libri prend également pour sujet « les travaux qui ont été faits par différents géomètres sur la résolution des équations algébriques et numériques et la théorie générale des équations [56] ».

Dans ce contexte, la redécouverte de Galois ne saurait être un événement fortuit : en cherchant à s'approprier ces résultats et en ouvrant un procès en incompétence à son rival, Liouville ne met finalement en œuvre qu'une seule et même stratégie, qui consiste à créer une dissymétrie dans une situation finalement symétrique, où les adversaires poursuivent des objectifs scientifiques similaires, mettent en œuvre des démarches identiques et s'affrontent avec les mêmes arguments et des capitaux symboliques comparables.

Si Liouville est sorti vainqueur de cette controverse, il n'a jamais véritablement tiré parti des travaux de Galois, et, bien qu'il ait manifestement continué à explorer les manuscrits de Galois longtemps après 1846 [57], il n'a jamais publié le commentaire qu'il avait annoncé. Les recherches qu'il a pu exposer en privé ne transparaissent en rien dans le travail éditorial qu'il effectue en 1846 [58]. De fait, l'avertissement dont Liouville fait précéder la publication et la publicité qu'il en fait constituent la dernière pièce du puzzle où se dessine la postérité d'Évariste Galois.

---

54. Libri, 1836, p. 10.

55. La démarche de Liouville demeurait de facture analytique et procédait par extension de résultats précédemment obtenus pour les équations différentielles en utilisant très largement les calculs de dérivation. De même, Libri se contentait de démontrer que le degré de l'équation différentielle peut être diminué de un à chaque fois que l'on en connaît une solution particulière, de la même façon que le degré de l'équation algébrique qui reste à résoudre peut être diminué en factorisant l'équation initiale par (X-*a*), où *a* est une racine connue.

56. *Journal général de l'instruction publique*, 1841, n° 97, p. 598-599 et 1842, n° 29, p. 170-171.

57. Lettre de Kronecker à Dirichlet, qui fait suite à une rencontre de Liouville et Kronecker, 15 juin 1853, citée dans Petri et Schappacher, 2004.

58. Joseph Bertrand rapporte, des années plus tard, qu'il a assisté (ainsi que Serret) à un séminaire de Liouville à ce sujet (Bertrand, 1899).

LA PUBLICATION DANS LE *JOURNAL DE LIOUVILLE*
UNE MATÉRIALISATION ET UNE GRILLE DE LECTURE DES ÉCRITS DE GALOIS

Liouville n'a que très peu modifié les textes de Galois qu'il a édités ; il n'a fait que corriger quelques coquilles et n'a pas ajouté de commentaire mathématique au fil des pages. Cette apparente fidélité aux textes ne doit cependant pas masquer le travail éditorial qu'il a effectué : la transformation des manuscrits en *Œuvres mathématiques d'Évariste Galois* n'est pas une simple affaire de contenus mathématiques… Il faut noter, tout d'abord, que l'édition de 1846 offre aux travaux de Galois une visibilité importante, puisque le *Journal de Liouville* bénéficie d'une réputation internationale, et une bien plus grande lisibilité en faisant des manuscrits, rédigés d'une écriture parfois bien peu lisible, des textes imprimés qui bénéficient de tout le savoir-faire de l'imprimeur Bachelier, spécialisé dans les publications scientifiques. Les recherches de Galois sont devenues des *objets* accessibles et utilisables aux quatre coins de l'Europe. Mais il ne suffit pas, pour assurer le succès d'un texte mathématique, de le rendre disponible ; encore faut-il faire en sorte d'éveiller la curiosité du lecteur. Liouville a pour cela pleinement tiré profit des moyens que le statut d'éditeur mettait à sa disposition, par le choix des manuscrits et de leur agencement, et par la rédaction d'un texte introductif.

En effet, alors que Liouville avait à sa disposition l'intégralité des manuscrits de Galois, les seuls documents inédits qu'il a publiés sont le « Mémoire sur les conditions de résolubilité des équations par radicaux », recalé à l'Académie des sciences, et cinq pages annoncées comme « fragment d'un second mémoire » et intitulées « Des équations primitives qui sont solubles par radicaux[59] ». En outre, une partie des documents n'est pas inédite : les articles publiés du vivant de Galois dans les *Annales de Gergonne* et le *Bulletin de Férussac* ainsi que la lettre-testament adressée à Auguste Chevalier, publiée dans la *Revue encyclopédique* en 1832, sont réédités. Les recherches publiées sont donc parmi les plus abouties de Galois, mais elles ne concernent qu'une partie de son travail. En particulier, Liouville n'a pas cherché à compléter les manuscrits inachevés que Galois a rédigés à la fin de sa vie sur les fonctions elliptiques, thème qui rejoint pourtant bien plus ses propres préoccupations et l'actualité mathématique que la théorie des équations algébriques, et qui est par ailleurs abordé dans la lettre-testament. L'académicien a également décidé d'ignorer les textes « non-mathématiques » où Galois explique sa démarche tout en réglant ses comptes avec le milieu mathématique de 1830.

Les choix de Liouville montrent que sa démarche est bien celle de l'éditeur d'une revue mathématique, non celle d'un historien : les documents sélectionnés ne dépareillent pas de l'ensemble des articles publiés dans le journal et ils peuvent « être lus avec intérêt par les géomètres[60] ». Il ne s'agit nullement d'exhumer les manuscrits pour faire de Galois le précurseur de savoirs mathématiques qui auraient vu le jour entre 1832 et 1846 mais, au contraire, de faire en sorte que ces recherches puissent s'insérer dans l'actualité, au même titre que les articles portant sur les fonctions elliptiques, la

59. TANNERY, 1906-1907.
60. LIOUVILLE, 1846b.

lemniscate, ou encore les équations différentielles qui sont au sommaire du journal cette année-là. De ce fait, Liouville livre à son public uniquement ce qu'il estime pouvoir lui être utile, c'est-à-dire ce qui est immédiatement exploitable et qui ne déborde pas des frontières des mathématiques. En outre, en rééditant des articles que d'autres revues scientifiques avaient acceptés, Liouville donne de Galois l'image d'un mathématicien à part entière, ayant produit une « œuvre » et non un seul mémoire, ce qui le place de droit aux côtés des illustres géomètres que le journal publie régulièrement.

Cette stratégie matérielle (et pourtant implicite) de légitimation se double de la caution scientifique explicitement apportée par Liouville aux écrits de Galois à travers l'« Avertissement » dont il fait précéder la publication. L'introduction de Liouville ne donne que peu d'éléments relatifs au contenu effectif des travaux de Galois et n'entreprend pas d'en expliquer les grandes lignes : il réserve cet objectif au commentaire qu'il prévoit de rédiger ultérieurement pour « compléter certains passages et éclaircir certains points délicats [61] ». L'avertissement ne propose donc pas une première interprétation des travaux de Galois, susceptible d'orienter la compréhension des lecteurs ; chaque mathématicien reste libre de se forger sa propre grille de lecture, et donc son propre point de vue sur « les idées » de Galois. En revanche, l'avertissement modifie profondément le statut du personnage et des recherches de Galois. D'une part, Liouville présente le jeune mathématicien comme « un géomètre ingénieux et profond », marquant ainsi de manière significative l'avènement du génie de Galois dans la mémoire collective des mathématiciens. D'autre part, il atteste l'ampleur de ses découvertes puisque, dès les premières lignes, il écrit que « l'auteur y pose les bases d'une théorie générale qu'il applique en détails aux équations dont le degré est un nombre premier [62] ». Cette affirmation est, en substance, celle de Galois lui-même, que ce soit dans l'introduction du mémoire ou dans la préface que Liouville a choisi de ne pas publier [63]. L'existence d'une théorie générale, en quelque sorte cachée dans les écrits de Galois, est donc prise au sérieux par Liouville. Sa caution intellectuelle suffira à en garantir l'existence et, désormais, les commentateurs n'auront de cesse de la mettre au jour [64].

En outre, si Liouville n'apporte pas de commentaires mathématiques sur l'œuvre de Galois, il émet à plusieurs reprises des jugements de valeur : la théorie des équations est « un sujet difficile », pour laquelle Galois a démontré « un beau théorème », selon une méthode « digne de l'attention des géomètres [65] ». On ne peut manquer ici de constater le contraste avec le rapport de Poisson et de Lacroix, quinze années plus tôt, qui insistait sur l'inutilité du résultat de Galois, en écrivant qu'« en admettant comme vraie la proposition de M. Galois, on ne serait guère plus avancé pour savoir si une équation

---

61. LIOUVILLE, 1846a, p. 383.

62. LIOUVILLE, 1846a, p. 381.

63. GALOIS, 1997, p. 11 (« la thèse générale que j'avance ne pourra être bien comprise que quand on lira attentivement mon ouvrage qui en est une application ») et p. 43 (« j'ai dû me contenter de donner, sous forme synthétique, les principes généraux et une seule application de la théorie »).

64. En particulier, c'est cette valeur de généralité attribuée aux recherches de Galois qui est à l'origine de sa postérité comme fondateur de la théorie des groupes à travers des commentaires comme LIE, 1895.

65. LIOUVILLE, 1846a, p. 381 et 383.

donnée dont le degré est un nombre premier est résolue ou non par radicaux[66] ». Les propos de Liouville reflètent donc le changement structurel dans la pratique des mathématiques que nous avons mis au jour précédemment. Ils révèlent que l'intérêt d'une proposition ne réside plus exclusivement dans son applicabilité immédiate : dans le cas de celle de Galois, elle est liée, selon Liouville, aux promesses qu'elle contient quant à l'ouverture sur d'autres domaines. La méthode compte davantage que le résultat. De ce point de vue, la nouveauté de celle de Galois légitime pleinement la publication de ses œuvres.

Néanmoins, une telle publication, en faisant du mémoire de Galois un résultat important et qui mérite la considération, ne peut manquer de contredire le rapport initial de l'Académie. Liouville ne peut sans doute pas se permettre d'ajouter à cette forme de provocation le fait de critiquer ouvertement le jugement rendu. Aussi l'avertissement ne marque pas une rupture complète avec le rapport de Poisson et de Lacroix. En effet, en consacrant un long paragraphe au manque de clarté des travaux de Galois, Liouville prend le contre-pied de la notice nécrologique d'Auguste Chevalier, très critique vis-à-vis de l'institution, et évite ainsi de désavouer publiquement ses prédécesseurs. Il parvient donc à préserver les apparences quant à la pertinence du jugement de l'Académie, que la publication de travaux qu'elle avait refusés pouvait ébranler : étant lui-même académicien il n'a aucun intérêt à le remettre en cause.

En outre, si Liouville rend hommage au mathématicien, il critique aussi ouvertement l'homme. L'avertissement débute par un portrait de Galois en véritable tête brûlée qui a « dépensé stérilement dans les agitations de la politique, au milieu des clubs ou sous les verrous de Sainte-Pélagie, la plus grande partie des deux dernières années d'une vie si courte », interrompue par un duel « venu sans doute de quelque querelle frivole[67] ». René Taton a vu dans cette description une image « appauvrie et déformée » d'Évariste Galois ; la réalité est effectivement bien souvent plus complexe que les images que l'on en donne et, de ce point de vue, le portrait de Liouville ne déroge pas à la règle[68]. Cette représentation, pourtant, diffère peu de celles que l'on peut lire dans le rapport d'autopsie de Galois ou l'article du *Précurseur* annonçant sa mort en 1832[69]. Liouville ne fait donc que reprendre à son compte une image établie auparavant. Cependant, en réactivant cette image, il avance un nouvel argument pour minimiser la responsabilité de l'Académie des sciences dans le destin de Galois et décrédibiliser la nécrologie d'Auguste Chevalier : Galois a gâché lui-même son talent en ne le cultivant pas davantage.

L'avertissement est donc destiné à remplir deux objectifs *a priori* contradictoires. Il faut d'abord légitimer la publication des travaux de Galois, malgré le jugement négatif antérieur de l'Académie. Pour cela, Liouville n'utilise pas des arguments mathématiques objectifs, mais il met sa réputation de mathématicien et d'éditeur au service des écrits de Galois : c'est par l'estime qu'il a pour Galois et l'intérêt qu'il attribue à ses écrits qu'il justifie, à demi-mot, son choix. Il faut ensuite anticiper les critiques qui, à la lecture

66. Poisson, 1831.
67. Liouville, 1846a, p. 381.
68. Taton, 1993.
69. Ehrhardt, 2007, chap. 2.

des travaux de Galois et de la nécrologie de Chevalier, pourraient être formulées à l'encontre de l'Académie. Liouville s'attache alors à défendre l'institution à laquelle il appartient et, pour ne pas remettre en question sa loyauté, s'abrite derrière le souhait de la famille de Galois pour justifier la publication. D'ailleurs, afin sans doute de couper court à toute polémique éventuelle, il termine son article en soulignant l'objectivité de son intervention, strictement restreinte à « son rôle de géomètre » dont les observations ne portent que sur les mathématiques.

Or, si l'avertissement répond aux contraintes institutionnelles qui pèsent sur Liouville, il a des conséquences qui dépassent largement le milieu académique parisien des années 1840. En avançant le manque de clarté et l'inexpérience de Galois comme le premier obstacle à l'intelligence de ses travaux, Liouville fournit un argument qui sera systématiquement discuté dans les commentaires ultérieurs ; en rappelant les épisodes mouvementés de l'existence du mathématicien et ses déboires avec l'Académie, il initie sa légende. Ainsi, nous avons affaire à un texte construit selon un objectif précis, celui de justifier un choix *a priori* ambigu, mais dont les arguments vont largement transcender la problématique ayant guidé son écriture. Du fait de l'importance de sa diffusion dans les milieux mathématiques européens et de l'absence de tout portrait concurrent pendant presque cinquante ans, le personnage de Galois sera, pour les premiers mathématiciens qui étudieront son œuvre, conforme à l'image véhiculée par l'avertissement de Liouville : un mathématicien génial mais « brouillon », doublé d'un républicain inconscient [70].

La publication des écrits de Galois dans le *Journal de Liouville* en 1846 et le succès qui en découle ne doivent rien au hasard. Ils procèdent de la coïncidence d'un phénomène micro-historique à l'Académie des sciences et d'une évolution structurelle du champ mathématique. C'est parce que Liouville a besoin des travaux de Galois pour s'affirmer face à Libri qu'il les remet sur le devant de la scène et en assure la légitimité. Mais c'est surtout parce que cette initiative prend place dans un processus de redéfinition des frontières, des objets et des méthodes de l'algèbre, parfaitement indépendant du travail de Galois mais qui le rend conforme à une nouvelle *doxa* algébrique, que cette publication sera couronnée de succès. Cet événement, néanmoins, ne relève pas exclusivement du domaine des controverses et des idées mathématiques : il s'agit, très concrètement, de l'inscription d'un texte sur un support matériel. Or, à travers l'avertissement de Liouville, cette matérialisation met en œuvre un procédé discursif qui est destiné à l'objectivation immédiate de l'initiative du rédacteur, mais qui a pour effet d'élargir la portée du texte originel de Galois. L'édition de Liouville constitue ainsi une forme d'*incarnation* des recherches de Galois, puisqu'elle leur associe des valeurs et une identité : aux yeux du lecteur, le nom de Galois n'est pas celui d'un théorème dont on peut se servir, ponctuellement, au cours d'une démonstration ; c'est celui d'un personnage dont on connait le parcours et qui a produit une véritable réflexion sur les mathématiques.

70. Taton, 1993. L'étude de Lie, 1895, est la première, après celle de Liouville, destinée à un public scientifique et qui aborde Galois en tant que personne.

Ainsi, même si aucun événement mathématique majeur n'en est à l'origine, la redécouverte de Galois s'inscrit pleinement dans le champ de l'histoire sociale des mathématiques dans la mesure où elle fait intervenir, indissociablement, le jeu des acteurs, le développement autonome de la discipline et la circulation matérielle des objets. Elle montre également que le processus d'universalisation des théorèmes n'est ni une caractéristique intrinsèque des mathématiques, ni le simple effet des stratégies et des calculs individuels ou collectifs. Il résulte de la transmission, dans le temps et dans l'espace, de savoirs mathématiques conçus pour être autonomes, mais qui sont portés par des groupes sociaux spécifiques, véhiculés par des objets matériels, et qui circulent dans des lieux concrets.

LISTE DES RÉFÉRENCES

I – Sources

Abel (Niels Henrik), 1841, « Mémoire sur une propriété générale d'une classe très étendue de fonctions transcendantes », *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, t. 7, p. 176-205.

Bertrand (Joseph), 1845, « Mémoire sur le nombre de valeurs que peut prendre une fonction quand on permute les lettres qu'elle renferme », *Journal de l'École polytechnique*, t. 18, p. 123-140.

Bertrand (J.), 1899, « La vie d'Évariste Galois par P. Dupuy », *Journal des savants*, juillet, p. 389-400.

Boole (George), 1859, *A Treatise on Differential Equation*s, Cambridge, Mac Millan.

Cauchy (Augustin-Louis), 1815, « Sur le nombre de valeurs qu'une fonction peut acquérir lorsqu'on y permute de toutes les manières possibles les quantités qu'elles renferment », *Journal de l'École polytechnique*, vol. 10, n° 17, p. 1-28.

Cauchy (A.-L.), 1844, « Mémoire sur les arrangements que l'on peut former avec des lettres données, et sur les permutations ou substitutions à l'aide desquelles on passe d'un arrangement à un autre », dans Id., *Exercices d'analyse et de physique mathématique*, t. 3, Paris, Bachelier, p. 151-252.

Choquet (Charles) et Mayer (Mathias), 1836, *Traité élémentaire d'algèbre*, 2e éd., Paris, Bachelier.

Francœur (Louis-Benjamin), 1838, *Algèbre supérieure*, Bruxelles, Méline/Cans.

Galois (Évariste), 1846, « Œuvres mathématiques d'Évariste Galois », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, t. 11, p. 381-444.

Galois (É.), 1997, *Écrits et mémoires mathématiques*, édition critique intégrale des manuscrits par Robert Bourgne et Jean-Pierre Azra, 2e éd., Paris, Jacques Gabay.

Gregory (Duncan F.), 1846, *Examples of the Processes of the Differential and Integral Calculus*, 2e éd., Cambridge, Deighton.

Hermite (Charles), 1842, « Considérations sur la résolution algébrique de l'équation du 5e degré », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 1re série, t. 1, p. 326-336.

Journal des débats scientifiques et littéraires, 1843 (6 septembre).

Journal général de l'instruction publique, 1841-1842.

Lacroix (Sylvestre-François), 1799, *Éléments d'algèbre à l'usage de l'École centrale des Quatre-Nations*, Paris, Duprat.

Lacroix (S.-F.), 1801, *Compléments des éléments d'algèbre à l'usage de l'École centrale des Quatre-Nations*, 2e éd., Paris, Duprat.

Lacroix (S.-F.), 1835, *Compléments des éléments d'algèbre à l'usage de l'École centrale des Quatre-Nations*, 6e éd., Paris, Bachelier.

Lagrange (Joseph-Louis), 1770, *Réflexions sur la résolution algébrique des équations, Mémoires de l'Académie de Berlin*, Berlin, Voss.

Lagrange (J.-L.), 1798, *Traité de la résolution numérique des équations de tous les degrés*, rééd. dans Id., 1867-1892, *Œuvres de Lagrange*, éd. Joseph-Alfred Serret et Gaston Darboux, t. 8, Paris, Gauthier-Villars.

Libri (Guillaume), 1833, « Mémoire sur la résolution des équations algébriques dont les racines ont entre elles un rapport donné, et sur l'intégration des équations différentielles linéaires dont les intégrales particulières peuvent s'exprimer les unes par les autres », *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, t. 10, p. 167-194.

Libri (G.), 1836, « Note sur les rapports qui existent entre la théorie des équations algébriques et la théorie des équations linéaires aux différentielles et aux différences », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, t. 1, p. 10-13.

Libri (G.), 1837, « Recherches sur la détermination approchée des racines des équations algébriques », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, t. 4, p. 168-169.

Libri (G.), 1838, « Mémoire sur la théorie des nombres », *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie royale des sciences de l'Institut de France. Sciences mathématiques et physiques*, t. 5, p. 1-76.

Libri (G.), 1840, « Lettre à un Américain sur l'état des sciences en France. I – L'Institut », *Revue des deux mondes*, 4e sér., t. 21, p. 789-818.

Libri (G.), 1842, « Mémoire sur l'emploi des fonctions discontinues dans l'analyse, pour la recherche des formules générales », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, t. 15, p. 401-411.

Libri (G.), 1843, « Réponse à M. Liouville », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, t. 17, p. 431-445.

Lie (Sophus), 1895, « Influence de Galois sur le développement des mathématiques », dans Dupuy (Paul), *Le Centenaire de l'École normale 1795-1895*, Paris, Hachette, p. 481-489.

Liouville (Joseph), 1836, « Avertissement », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, t. 1, p. 1-5.

Liouville (J.), 1837a, « Mémoire sur la classification des transcendances et sur l'impossibilité d'exprimer les racines de certaines équations en fonction finie explicite des coefficients », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, t. 2, p. 56-104.

Liouville (J.), 1837b, « Sur une lettre de D'Alembert à Lagrange », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, t. 2, p. 245-248.

Liouville (J.), 1843a, « Rapport sur un mémoire de Ch. Hermite sur la division des fonctions abéliennes ou ultra-elliptiques », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, t. 17, p. 292-295.

Liouville (J.), 1843b, « Réponse à M. Libri », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, t. 17, p. 327-334.

Liouville (J.), 1843c, « Réponse de M. Liouville », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, t. 17, p. 445-449.

Liouville (J.), 1843d, « Réponse à M. Libri », *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, t. 17, p. 552-554.

Liouville (J.), 1843e, « Sur la division du périmètre de la lemniscate, le diviseur étant un nombre entier réel ou complexe quelconque », *Journal des mathématiques pures et appliquées*, t. 8, p. 507-512.

Liouville (J.), 1846a, « Avertissement », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, t. 11, p. 381-384.

Liouville (J.), 1846b, « Note de J. Liouville », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, t. 11, p. 415-416.

Moigno (Abbé), 1844, *Leçons de calcul différentiel et de calcul intégral*, Paris, Bachelier, t. 2.

Poinsot (Louis), 1808, « Commentaire sur le livre de Lagrange », *Magasin encyclopédique*, t. 4, p. 343-375.

Poisson (Siméon-Denis), 1831, « Rapport sur le mémoire de M. Galois », *Procès verbaux des séances de l'Académie des sciences*, t. 9, p. 660-661.

Serret (Alfred-Joseph), 1849, *Cours d'algèbre supérieure*, Paris, Bachelier.

Serret (A.-J.), 1850, « Mémoire sur le nombre de valeurs que peut prendre une fonction quand on permute les lettres qu'elle renferme », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, t. 15, p. 1-44.

Tannery (Jules), 1906-1907, « Manuscrits et papiers inédits de Galois », *Bulletin des sciences mathématiques*, 2e sér., t. 30, p. 226-248, 255-263 et t. 31, p. 275-308.

Tannery (J.), 1910, *Correspondance entre Lejeune-Dirichlet et Liouville*, Paris, Gauthier-Villars.

Verhulst (Pierre-François), 1841, *Traité élémentaire des fonctions elliptiques*, Bruxelles, Hayez.

Wantzel (Pierre-Laurent), 1845, « De l'impossibilité de résoudre toutes les équations algébriques avec des radicaux », *Nouvelles annales de mathématiques*, 1re sér., t. 4, p. 57-66.

II – Études

Belhoste (Bruno), 2003, *La Formation d'une technocratie. L'École polytechnique et ses élèves de la Révolution au Second Empire*, Paris, Belin.

Belhoste (B.), 2006, « Arago, les journalistes et l'Académie des sciences dans les années 1830 », dans Harismendy (Patrick), dir., *La France des années 1830 et l'esprit de réformes*, Rennes, Presses universitaires de Rennes, p. 253-266.

Belhoste (Bruno) et Lützen (Jesper), 1984, « Joseph Liouville et le Collège de France », *Revue d'histoire des sciences*, t. 37, n° 3-4, p. 255-304.

Bloor (David), 1978, « Polyhedra and the Abomination of Leviticus », *British Journal for History of Science*, vol. 11, p. 245-272.

Bloor (D.), 1981, « Hamilton and Peacock on the Essence of Algebra », dans Mehrtens (Herbert), Bos (Henk) et Schneider (Ivo), éd., *Social History of 19th Century Mathematics*, Boston, Birkhaüser, p. 202-232.

Cajori (Florian), 1917, « Pierre-Laurent Wantzel », *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 24, n° 1, p. 339-347.

Collins (Harry M.), 1985, *Changing Order. Replication and Induction in Scientific Practice*, Londres, Sage.

Corry (Leo), 1996, *Modern Algebra and the Rise of Mathematical Structures*, Basel, Birkhaüser.

Dahan (Amy), 1980, « Les travaux de Cauchy sur les substitutions. Étude de son approche du concept de groupe », *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 23, p. 279-319.

Dejob (Charles), 1912, « Trois Italiens professeurs en France sous le gouvernement de Juillet », *Bulletin italien*, t. 12, p. 243-267.

Del Centina (Andrea), 2002, « The Manuscript of Abel's Parisian Memoir Found in its Entirety », *Historia Mathematica*, vol. 29, n° 1, p. 65-69.

Del Centina (A.), 2006, « Abel Surviving Manuscripts Including one Recently Found in London », *Historia Mathematica*, vol. 33, n° 2, p. 224-233.

Durand-Richard (Marie-José), 1996, « L'école algébrique anglaise : les conditions conceptuelles et institutionnelles d'un calcul symbolique comme fondement de la connaissance », dans Goldstein (Catherine), Gray (Jeremy), Ritter (Jim), dir., *L'Europe mathématique. Histoires, mythes, identités*, Paris, Éditions de la Maison des sciences de l'homme, p. 445-477.

Ehrhardt (Caroline), 2007, *Évariste Galois et la théorie des groupes. Fortune et réélaborations (1811-1910)*, Thèse de doctorat, Paris, École des hautes études en sciences sociales.

Ehrhardt (C.), 2010, « A Social History of the "Galois Affair" at the Paris Academy of Sciences », *Science in Context*, vol. 23, n° 1, p. 91-119.

Goldstein (Catherine), 1999, « Sur la question des méthodes quantitatives en histoire des mathématiques : le cas de la théorie des nombres en France (1870-1914) », *Acta historiae rerum necnon technicarum*, nouv. sér., vol. 3, p. 187-214.

Grattan-Guinness (Ivor), 2000, *The Search for Mathematical Roots, 1870-1940*, Princeton, Princeton University Press.

Hill (Katherine), 1998, « "Juglers or Schollers?" Negociating the Role of a Mathematical Practitioner », *British Journal for History of Science*, n° 31, p. 253-274.

Hirano (Yoïchi), 1984, « Note sur la diffusion de la théorie de Galois. La première clarification des idées de Galois par Liouville », *Historia Scientarum*, vol. 27, p. 27-41.

Kiernan (Melvin), 1971, « The Development of Galois Theory from Lagrange to Artin », *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 8, n° 1-2, p. 40-152.

Lützen (Jesper), 1990, *Joseph Liouville (1809-1882), Master of Pure and Applied Mathematics*, New York, Springer Verlag.

Maccioni Ruju (Alessandra) et Mostert (Marco), 1995, *The Life and Times of Guglielmo Libri, (1802-1869). Scientist, Patriot, Scholar, Journalist and Thief. A Nineteenth-Century Story*, Hilversum, Verloren Publication.

Michel (Alain), 2003, « Le développement de la théorie des équations algébriques et la conceptualisation du calcul », dans Boniface (Jacqueline), dir., *Calculs et formes. De l'activité mathématique*, Paris, Ellipses, p. 92-110.

Petri (Birgit) et Schappacher (Norbert), 2004, « From Abel to Kronecker. Episodes from 19th Century Algebra », dans Laudal (Olav) et Piene (Ragni), éd., *The Legacy of Niels Henrik Abel ; the Abel Bicentennial*, Berlin, Springer Verlag, p. 227-266.

Rudwick (Martin J. S.), 1985, *The Great Devonian Controversy*, Chicago, The University of Chicago Press.

Shapin (Steven) et Schaffer (Simon), 1985, *Leviathan and the Air Pump. Hobbes, Boyle and the Experimental Life*, Princeton, Princeton University Press.

Sinaceur (Hourya), 1991, *Corps et modèles : essai sur l'histoire de l'algèbre réelle*, Paris, Vrin.

Taton (René), 1993, « Évariste Galois et ses biographes. De l'histoire aux légendes », *Sciences et techniques en perspective*, t. 26, p. 155-172.

Verdier (Norbert), 2009, *Le* Journal de Liouville *et la presse de son temps : une entreprise d'édition et de circulation des mathématiques au xixe siècle*, thèse de doctorat, Université Paris XI.

Wussing (Hans), 1984, *The Genesis of the Abstract Group Concept*, Cambridge, MIT Press.