

Chapitre 1

Ars Magna

Le titre du livre de Jérôme Cardan publié en 1545 commence par ces mots : « *Ars Magna...* » (le Grand Art...). Il est essentiellement consacré à la résolution des équations du troisième et du quatrième degré, mais sa signification pour l'histoire des mathématiques est bien plus grande. Au XIX^e siècle, Félix Klein déclare, en parlant de ce livre : « *Cette œuvre de très grande valeur est l'embryon de l'algèbre moderne et va bien au-delà de la mathématique antique.* »

Le XVI^e siècle voit la renaissance de la mathématique européenne après la léthargie du Moyen Âge. Pendant mille ans, les travaux des grands géomètres grecs ont été oubliés ; certains ont été perdus à jamais. Grâce aux textes arabes, les Européens apprennent à connaître la mathématique orientale, ainsi que la mathématique antique. Les marchands jouent un grand rôle dans la diffusion de la mathématique en Europe, les voyages étant pour eux l'occasion de recueillir et de répandre des informations. Le personnage de Léonard de Pise (1180-1240) plus connu sous le nom de Fibonacci (fils de Bonacci) a un relief tout particulier. Son nom est resté attaché à la suite de Fibonacci.

Il peut arriver que le niveau de la science baisse rapidement, et qu'ensuite il faille des siècles pour qu'on retrouve le niveau antérieur. Pendant trois siècles, les mathématiciens européens restèrent des disciples de l'Antiquité quoique Fibonacci ait fait certaines observations intéressantes. Ce n'est qu'au XVI^e siècle que l'on obtient en Europe des résultats mathématiques d'une portée immense et inconnus jusque-là : on parvient à résoudre les équations du troisième et du quatrième degré.

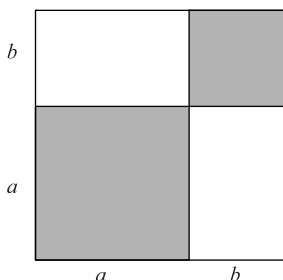
Les acquisitions des mathématiques européennes ont trait à l'algèbre, nouveau domaine des mathématiques venu de l'Orient, qui

n'en est qu'à ses premiers pas. En géométrie, il faudra encore attendre cent ans avant que les mathématiciens d'Europe soient capables de réaliser quelque chose de comparable aux œuvres d'Euclide, d'Archimède et d'Apollonius, et même d'assimiler les résultats des grands géomètres.

Selon la légende, Pythagore aurait dit : « *Tout est nombre.* » Mais après lui la mathématique grecque se soumet peu à peu à la géométrie. Chez Euclide on trouve des éléments d'algèbre sous forme géométrique. En décomposant un carré de côté $(a + b)$ on obtient la formule :

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab.$$

Bien sûr, cette symbolique n'existait pas et l'expression en termes de surfaces restait imparfaite et lourde.



Les problèmes de construction à l'aide d'une règle et d'un compas amènent à résoudre les équations du second degré et à étudier les expressions contenant des racines carrées (irrationnelles quadratiques). Par exemple, Euclide étudie en détail les expressions du type

$$\sqrt{a + \sqrt{b}}.$$

Les géomètres grecs comprenaient, dans une certaine mesure, le lien entre certains problèmes classiques de construction (duplication d'un cube et trisection d'un angle) et les équations du troisième degré.

Chez les mathématiciens arabes, l'algèbre se détache peu à peu de la géométrie. Encore que, comme nous le verrons, la résolution des équations du troisième degré ait été obtenue par une approche

géométrique. (Même dans le cas des équations du second degré, l'écriture algébrique de la formule de résolution n'apparaît qu'en 1572 chez Bombelli.) C'est pour résoudre des problèmes issus de la vie quotidienne (problèmes d'héritages, etc.) que les méthodes algébriques apparaissent chez les mathématiciens arabes. Les règles sont formulées à partir d'un exemple concret mais de telle façon qu'on puisse grâce à elles résoudre d'autres problèmes semblables. Jusqu'à une époque récente, on formulait ainsi dans l'enseignement primaire les règles de résolution des problèmes arithmétiques (règle de trois, etc.). La formulation de règles sous forme générale exige une symbolique développée dont on était encore loin. Les mathématiciens arabes se sont arrêtés à la résolution des équations du second degré et de quelques équations du troisième degré.

La résolution des équations du troisième degré intéresse les mathématiciens arabes tout comme leurs disciples européens. Léonard de Pise obtient dans ce domaine un résultat étonnant : il prouve que l'on ne peut pas exprimer les racines de l'équation $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$ en utilisant les nombres irrationnels d'Euclide du type

$$\sqrt{a + \sqrt{b}}.$$

Ce résultat impressionnant (nous ne sommes qu'au début du XIII^e siècle) annonce le cas général qui ne sera entièrement traité que beaucoup plus tard.

Les mathématiciens ne voient pas comment résoudre toutes les équations du troisième degré. Le livre de Fra Luca Pacioli (1445-1514) *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalità* (1494), l'un des tout premiers livres imprimés, rassemble toutes les connaissances mathématiques du temps. C'est l'un des premiers ouvrages traitant de mathématiques qui soit écrit en italien et non en latin. À la fin de son livre, l'auteur conclut que l'algèbre n'a encore le moyen ni de résoudre les équations du troisième degré ni d'effectuer la quadrature du cercle. Cette comparaison est impressionnante et l'autorité de Pacioli est si grande que la majorité des mathématiciens (dont la plupart des savants que nous évoquerons) considéreront qu'il est en général impossible de résoudre les équations du troisième degré.

Scipione Del Ferro

Il se trouve cependant un homme qui ne se laisse pas arrêter par l'autorité de Pacioli. Scipione Del Ferro (1465-1526), professeur de mathématiques à Bologne, trouve une méthode pour résoudre les équations

$$x^3 + ax = b \quad (a)$$

À cette époque, on n'utilisait pas de nombres négatifs et l'équation

$$x^3 = ax + b \quad (b)$$

était considérée comme entièrement différente. On ne dispose que de renseignements indirects sur cette résolution. Del Ferro en parle à son gendre et successeur de chaire, Hannibal della Nave, et à son élève Antonio Maria Fiore. Ce dernier, après la mort de son professeur, décide d'utiliser le secret qui lui avait été confié pour gagner les concours scientifiques (il y en a fréquemment). Le 12 février 1535, il manque de vaincre Niccolo Tartaglia dont nous allons parler maintenant.

Niccolo Tartaglia

Tartaglia naît en 1500 environ à Brescia dans la modeste famille du facteur Fontana. Lors du sac de sa ville natale par les Français, il a la mâchoire fendue. Il en résulte une difficulté de parole d'où son surnom : Tartaglia (bègue). Très tôt, sa mère l'a à sa charge et essaie de le mettre à l'école. Cependant, sa classe n'en est qu'à la lettre I quand l'argent vient à manquer et il quitte l'école sans même savoir écrire son nom. Il continue alors à étudier seul et devient *magister abaca* (à peu près l'équivalent d'un professeur de mathématiques dans une école de commerce). Il voyage beaucoup en Italie jusqu'en 1534 où il s'établit à Venise. La fréquentation d'ingénieurs et d'artilleurs du célèbre arsenal vénitien stimule alors ses activités scientifiques. Par exemple, on lui demande un jour de combien il faut incliner un canon afin qu'il tire le plus loin possible. À l'étonnement de tous, il répond qu'il faut l'incliner à 45°. On ne le croit pas, mais « quelques expériences privées » prouvent qu'il a raison. Tartaglia prétendra que son affirmation s'appuyait sur des arguments mathématiques, mais



FIG. 1. Niccolò Tartaglia (1500 (?) - 1557)

c'est plus vraisemblablement le résultat d'une observation empirique (le résultat sera prouvé par Galilée).

Tartaglia publie deux livres, *la Nuova Scientia* (*la Nouvelle Science* [de l'artillerie], 1537) et *Quesiti et inventioni diverse* (*Problèmes et inventions diverses*, 1546), qui sont l'un la suite de l'autre et dans lesquels il promet au lecteur « ... de nouvelles inventions non pas volées à Platon, Plotin ou tout autre Grec ou Latin mais obtenues grâce à l'art, la mesure et la raison ». Ces ouvrages sont écrits en italien et se présentent sous la forme d'un dialogue (procédé qui sera ensuite repris par Galilée). Sur de nombreux points, Tartaglia est le précurseur de Galilée ; quoiqu'il reprenne dans son premier livre l'affirmation d'Aristote selon laquelle « un projectile lancé obliquement sur un plan incliné se déplace d'abord le long d'un segment de droite, puis sur un axe de circonférence et finalement tombe suivant la ligne de plus grande pente », il écrit dans le second qu'« aucune section de la trajectoire n'est parfaitement droite ». Tartaglia s'intéresse à l'équilibre des corps sur un plan incliné, à la chute libre des corps (son élève Benedetti démontre que le comportement d'un corps en chute libre ne dépend pas de son poids).

Ses traductions d'Archimède et d'Euclide en italien (qu'il appelle « langue populaire » par opposition au latin) et ses commentaires détaillés jouent un grand rôle à l'époque. Du point de vue humain, il n'est pas irréprochable et il a un caractère difficile. Bombelli, qui, il faut le reconnaître, est loin d'être impartial, écrit : « *Cet homme a tendance, de par sa nature, à mal parler et même lorsqu'il dénigre quelqu'un il pense émettre un jugement flatteur.* » Selon un autre témoignage (celui de Pedro Nuñez) : « *Il était parfois tellement excité qu'on l'aurait cru fou.* »

Revenons-en à notre joute. Tartaglia est un concurrent expérimenté et espère vaincre Fiore facilement. Il ne s'inquiète pas en voyant que les trente problèmes proposés par Fiore comportent des équations (a) avec des valeurs différentes pour a et b . Tartaglia, persuadé que son adversaire ne sait pas les résoudre, espère le démasquer : « *Je pensais qu'aucune d'entre elles ne pouvait être résolue car Luca (Pacioli) affirmait dans son ouvrage qu'il était impossible de trouver une formule générale s'appliquant aux équations de ce type.* » Alors que le délai de 50 jours, au-delà duquel il faut remettre les solutions à un notaire, est presque écoulé, Tartaglia entend dire que Fiore a une méthode secrète. La perspective d'offrir à Fiore et ses amis des repas en nombre égal à celui des problèmes résolus par le vainqueur (telles sont les règles) ne plaît guère à Tartaglia. Il déploie d'immenses efforts, et huit jours avant la date fixée (12 février 1535) découvre la méthode. Deux heures plus tard, les problèmes sont résolus. Son adversaire, lui, n'en a résolu aucun. Bizarrement, il n'avait pas trouvé la solution d'un problème que la formule de Del Ferro permettait de résoudre. Nous verrons d'ailleurs que cette formule était d'un usage délicat. Le lendemain, Tartaglia trouvait le moyen de résoudre les équations (b).

Beaucoup de gens étaient au courant du duel entre Tartaglia et Fiore. Ainsi l'arme secrète pouvait être un inconvénient aussi bien qu'un atout. En effet, qui accepterait à l'avenir de concourir contre lui ? Tartaglia refusa plusieurs fois de dévoiler son secret. Jérôme Cardan, dont nous allons parler maintenant, obtint qu'il le lui confiât.

Jérôme Cardan

Jérôme Cardan (Gerolamo Cardano) naquit le 24 septembre 1501 à Pavie. Le nom de son père, Fazio Cardano, éminent juriste et mathématicien distingué, est mentionné par Léonard de Vinci. Fazio Cardano fut le premier instituteur de son fils. Après avoir terminé ses études à l'université de Padoue, Cardan décide de se consacrer à la médecine. Cependant, comme c'est un enfant illégitime, on lui refuse l'entrée du collège des médecins de Milan. Il pratique longtemps en province jusqu'au moment où, en août 1539, après modification des règles en cours, il est admis au collège des médecins. Il fut l'un des plus grands médecins de son temps, le second sans doute après son ami André Vésale. Au déclin de sa vie, il écrit son autobiographie *De Vita Propria Liber (Le livre de ma vie)* dans laquelle il ne fait que quelques rares mentions de ses travaux mathématiques mais, par contre, expose avec force détails ses recherches en médecine. Il affirme avoir décrit les moyens de guérir 5 000 malades difficilement curables, trouvé la réponse à quelques 45 000 problèmes et questions et donné plus de 200 000 diagnostics. Il convient bien sûr de considérer ces chiffres avec réserve. Néanmoins la gloire de Cardan médecin est indéniable. Il parle des cas rencontrés dans l'exercice de son métier en insistant sur ses patients célèbres (l'archevêque écossais Hamilton, le cardinal Maroni, etc.) et affirme n'avoir connu que trois échecs. Il possédait apparemment un bon diagnostic mais il attachait peu d'attention aux signes anatomiques au contraire de Léonard de Vinci et d'André Vésale. Dans son autobiographie, il se compare à Hippocrate, Galien et Avicenne (les idées de ce dernier lui étaient très proches).

Cependant, les activités de Cardan ne se limitent pas à la médecine. Il touche un peu à tout. Par exemple, il fit les horoscopes de nombreuses personnes mortes ou vivantes (celui du Christ, du roi Édouard VI d'Angleterre, de Pétrarque, Dürer, Vésale, Luther...). Cela ternit fortement son image aux yeux de la postérité. (Selon une légende malveillante, il se serait suicidé pour ne pas faire mentir son horoscope.) Toutefois, il faut se souvenir qu'à cette époque il était tout à fait respectable de faire de l'astrologie (l'astronomie était considérée comme une partie de l'astrologie, astrologie naturelle à la

différence de l'astrologie prédictive). Le pape lui-même faisait appel aux services de Cardan en tant qu'astrologue.

Dans son activité scientifique, Cardan était un encyclopédiste mais un encyclopédiste « solitaire », ce qui est un trait caractéristique de l'époque de la Renaissance. Ce n'est qu'un siècle et demi plus tard qu'apparaîtront les premières académies rassemblant des savants spécialisés dans des domaines plus ou moins larges. On ne peut élaborer de réelles encyclopédies hors de ces assemblées. En effet, un encyclopédiste « solitaire » ne peut vérifier en détail tous les renseignements qui lui sont transmis. Mais dans le cas de Cardan sa personnalité particulière, sa tournure d'esprit jouèrent un rôle important. Il croyait aux miracles, aux démons, aux prémonitions et il se pensait doué de capacités surnaturelles. Il en donne d'ailleurs des exemples (lors d'un conflit en sa présence le sang n'était jamais versé, que cela soit celui de personnes, d'animaux ou même à la chasse, jusqu'à la mort de son fils il savait à l'avance tout ce qui allait lui arriver...). Il était convaincu d'avoir un don qui lui permettait de déceler l'organe atteint chez un malade, les dés qui allaient tomber ou de voir l'ombre de la mort sur le visage de son interlocuteur. Les rêves jouèrent un grand rôle dans sa vie. Il s'en souvenait dans les moindres détails et les décrivait. Des psychiatres contemporains ont tenté de déterminer sa maladie d'après ses rêves. Cardan disait que ces rêves répétés et la volonté d'immortaliser son nom étaient les deux raisons principales de ses livres. Dans ses œuvres encyclopédiques *De subtilitate rerum* (*De la subtilité des choses*) et *De rerum varietate* (*De la variété des choses*), il fait une large place aux rêves de son père et aux siens.

Néanmoins, dans ses livres, on trouve aussi bien de nombreuses observations personnelles que, mûrement réfléchies, les communications d'autres personnes. Que Cardan ait été crédule et prêt à examiner les théories les plus fantastiques n'est pas entièrement négatif. En effet, ce trait de caractère le poussa à étudier certaines choses dont ses collègues plus prudents ne parleront que de nombreuses années plus tard (voir plus loin les nombres complexes). Il n'est pas toujours possible de suivre la paternité d'une idée. On se demande jusqu'à quel point Cardan (tout comme les autres auteurs italiens du xvi^e siècle) connaissait les travaux de Léonard de Vinci (qui n'ont été connus



FIG. 2. Jérôme Cardan (1501-1576)

du grand public qu'à la fin du xviii^e siècle). Son livre *De subtilitate rerum* traduit en français fut un ouvrage très populaire au xvii^e siècle dans le domaine de la statique et de l'hydrostatique ; Galilée reprendra les indications de Cardan sur l'utilisation du pouls pour mesurer le temps (en particulier lorsqu'il observera le balancement du lustre de la cathédrale de Pise). Cardan affirmait que le mouvement perpétuel est irréalisable et on peut interpréter certaines de ses remarques comme proches des principes thermodynamiques actuels (c'est l'avis du célèbre historien et physicien Duhem). Il étudia l'expansion de la vapeur d'eau. Cardan pensait que la théorie (du iii^e siècle av. J.-C.) selon laquelle les marées s'expliquent par l'action de la lune et du soleil, était exacte. Il sera le premier à faire une différence nette entre

l'attraction magnétique et électrique (phénomène d'attraction d'un brin de paille par de l'ambre préalablement frictionné, observé par Thalès).

Cardan fit également des recherches expérimentales et construisit des mécanismes. Vers la fin de sa vie il démontra, à l'aide d'une expérience, que le rapport de densité entre l'air et l'eau est de 1/50. Quand, en 1541, l'empereur Charles Quint entra triomphalement dans Milan vaincue, Cardan, alors recteur du collège des médecins, marchait à côté du carrosse. Pour remercier le monarque de cet honneur, il proposa d'équiper la voiture royale d'une suspension composée de deux arbres dont le mouvement de roulement éviterait qu'elle ne basculât (les routes de l'empire de Charles Quint étaient longues et mauvaises). De nos jours ce système de suspension s'appelle *cardan* (suspension à cardan, arbre à cardan, articulation à cardan) et il est utilisé dans les automobiles. Cependant, pour être exact, il faut noter que ce système remonte à l'antiquité et que l'on trouve chez Léonard de Vinci, dans son *Codex Atlanticus*, le dessin d'un compas de navire à suspension à cardan. Ces compas se répandirent pendant la première moitié du xvi^e siècle sans que Cardan y soit pour quelque chose.

Cardan écrivit de nombreux livres ; une partie seulement fut publiée. Les autres restèrent à l'état de manuscrits ou furent brûlés à Rome avant son arrestation. La seule description de ses œuvres constitue un ouvrage volumineux : *De Libris Propriis (De mes œuvres)*. Ses publications sur la philosophie et l'éthique furent longtemps populaires. Son livre *De consolatione* fut traduit en anglais et influença Shakespeare. Certains spécialistes de cet auteur affirment même qu'Hamlet déclame son célèbre monologue « être ou ne pas être... » en tenant ce livre à la main.

Il y a beaucoup à dire sur la personnalité de Cardan. C'était un homme passionné, irritable, qui jouait beaucoup aux jeux de hasard. Il s'adonna aux échecs pendant quarante ans (« *je n'ai jamais su dire en quelques mots tout le tort qu'ils me causèrent et ce sans dédommagement aucun* ») et aux dés pendant vingt-cinq ans (« *les dés me nuirent encore plus que les échecs* »). Il lui arrivait parfois de tout abandonner pour le jeu et de se retrouver ensuite dans une situation financière délicate. En 1526, il écrivit d'ailleurs un ouvrage sur le jeu

de dés (qui ne sera publié qu'en 1663). On y trouve le début de la théorie des probabilités, y compris la formulation préliminaire de la loi des grands nombres, quelques questions de calcul combinatoire ainsi qu'une étude sur la psychologie des joueurs.

Quelques mots sur le caractère de Cardan. Comme il l'écrit lui-même : « *Mon principal défaut est de n'avoir de plus grand plaisir que celui de dire des choses que je sais être désagréables à mes auditeurs. Et je persiste consciemment et obstinément [...] Ma tendance à toujours raconter ce que je sais, que ce soit à propos ou non, m'a fait faire de nombreuses erreurs [...] dues à mon imprudence et à ma méconnaissance des choses [...] ainsi qu'à mon mépris des convenances que l'on observe chez les gens bien élevés et que je n'ai acquises que plus tard.* » Il savait être tout autre avec ses amis et ses élèves. Bombelli disait que Cardan « *ressemblait plus à un dieu qu'à un homme.* »

Cardan et Tartaglia

Vers 1539, Cardan était en train d'achever son premier livre de mathématiques, *Practica arithmeticae* qui devait remplacer le livre de Luca Pacioli. Ayant entendu parler du secret de Tartaglia, il fut pris du violent désir d'en faire un des ornements de son livre.

Il charge le libraire J. Antonio de rencontrer le savant et de le convaincre de lui révéler son secret. Le 2 janvier 1539, à Venise, Antonio demande à Tartaglia « *au nom d'un homme d'honneur, médecin de la ville de Milan appelé Messer Jérôme Cardan* » de lui transmettre cette formule, soit pour la publier dans son livre soit sous la promesse du secret. Tartaglia refuse : « *Veillez dire à son Excellence qu'il me pardonne, mais si je désire un jour publier ma découverte, je le ferai dans mon propre ouvrage, et non dans le livre d'un autre.* » Il n'accepte pas non plus de lui remettre la solution des trente problèmes de Fiore ni de résoudre sept problèmes que lui avait posés Cardan. Tartaglia se demande si Cardan n'est pas un prête-nom derrière lequel se cacherait le mathématicien Zuanne da Coi qui depuis longtemps s'efforce sans succès de s'emparer de son secret.

Le 12 février Cardan lui envoie ses remarques critiques à propos de

son livre *Nuova scientia* et réitère sa requête. Tartaglia reste inflexible et n'accepte de résoudre que deux des problèmes de Cardan. Le 13 mars ce dernier l'invite chez lui, exprime son intérêt pour ses travaux dans le domaine de l'artillerie et parle de le présenter au marquis Del Vasto, gouverneur espagnol de Lombardie. Apparemment, cette perspective flatte Tartaglia et il accepte l'invitation. L'explication décisive a lieu le 25 mars, dans la maison de Cardan. Voici un extrait du dialogue entre les deux hommes, rapporté par Tartaglia dans des notes rédigées après coup. Ferrari, l'élève de Cardan, affirme que ces notes ne correspondent pas tout à fait à la réalité.

« NICCOLO. — Je vous le dis, ce n'est pas seulement à cause de ce chapitre et des découvertes qu'il recèle que je vous ai refusé le secret, mais à cause de toutes les autres choses que, le connaissant, on peut découvrir, car c'est la clé qui ouvre la voie à l'étude d'un nombre incalculable d'autres sujets. J'aurais déjà trouvé une règle générale pour de nombreux problèmes, si je n'étais occupé à traduire Euclide dans notre langue. J'en suis actuellement à la fin du livre XIII. Mais après cela je projette de publier le travail pour ses applications, ainsi qu'une nouvelle algèbre... Si je la donne à un savant comme votre Excellence, il pourrait facilement trouver d'autres chapitres à l'aide de cette explication et publier sous son nom le fruit de mon travail. Tous mes plans seraient détruits.

MESSER GEROLAMO. — Je vous jure par les Saints Évangiles, et non seulement je vous donne ma parole d'honnête homme de ne jamais publier votre découverte, si vous me la confiez, mais je vous promets, que ma conscience de chrétien vous en soit garante, de la chiffrer de telle façon qu'après ma mort nul ne puisse lire ce que j'aurai écrit. Si, selon votre opinion je le mérite, alors dites moi votre secret, sinon arrêtons-là.

NICCOLO. — Si je ne croyais pas votre serment, je mériterais d'être considéré comme un athée. »

Tartaglia finit donc par se laisser convaincre, et il dévoile sa formule à Cardan sous la forme d'un poème en latin. N'est-il pas vrai qu'il est difficile à partir de ces notes de comprendre ce qui a poussé Tartaglia à revenir sur sa décision ? Fut-il réellement si impressionné par le serment de Cardan ? Ce qui s'est passé ensuite

n'est pas très clair. Tartaglia repart immédiatement après avoir renoncé à l'entrevue avec le marquis alors qu'il n'avait accepté l'invitation de Cardan que pour pouvoir le rencontrer. Se pourrait-il que Cardan l'ait hypnotisé ? Le compte rendu que Tartaglia nous a laissé de cet entretien est vraisemblablement inexact. Toujours est-il que Tartaglia se sentit un peu rassuré quand il reçut le 12 mai, sortant des presses, *Practica arithmeticae* où ne figurait pas sa formule. Dans sa lettre d'accompagnement, Cardan écrit : « *J'ai vérifié votre formule. Je considère qu'elle a une signification d'ordre général.* »

Cardan obtient ainsi de Tartaglia une « recette » pour résoudre les équations (a) sans la moindre allusion à quelque démonstration que ce soit. Il dépense beaucoup d'efforts pour la vérifier et l'argumenter. De notre point de vue, il est difficile de comprendre où était le problème : « On reporte dans l'équation et on vérifie ! » Cependant l'absence d'une symbolique algébrique développée faisait que ce que n'importe quel lycéen d'aujourd'hui exécute d'une façon automatique n'était alors accessible qu'à quelques élus. Si l'on ne connaît pas les textes originaux de l'époque, on ne peut apprécier ce que l'appareil algébrique permet d'économiser de réflexion. Le lecteur doit avoir cela constamment à l'esprit pour ne pas se tromper en ce qui concerne la trivialité des problèmes autour desquels, au xvi^e siècle, bouillonnaient les passions.

Pendant des années, Cardan travaillera d'arrache-pied à comprendre la résolution des équations du troisième degré. Il trouve une recette pour résoudre les équations (a) et (b) ainsi que l'équation

$$x^3 + b = ax \quad (c)$$

et les équations contenant x^2 . Il surpasse sans doute de beaucoup Tartaglia. Parallèlement sa situation matérielle s'améliore et, en 1543, il devient professeur à Pavie. Là, il écrit que ses connaissances en astrologie l'ont amené à penser qu'il mourrait entre 40 et 45 ans mais que cette année, 1543, qui aurait dû être la dernière de sa vie, en marquait au contraire le début.

Luigi Ferrari

Depuis quelque temps, Cardan est secondé dans ses travaux mathématiques par Luigi Ferrari (1522-1565). Dans la liste dressée

par Cardan de ses quatorze élèves, Ferrari figure comme le second dans l'ordre chronologique, et l'un des trois plus remarquables. Cardan, qui croit aux présages, raconte que le 14 novembre 1536, jour de l'arrivée de Luigi (alors âgé de 14 ans) et de son frère à Bologne, « *la pie de la cour avait, contre son habitude, jacassé si longtemps que nous nous attendions tous à voir arriver quelqu'un* ». Ferrari avait d'énormes capacités. Il avait le caractère très emporté et Cardan lui même craignait parfois de discuter avec lui. Ne s'était-il pas, à l'âge de 17 ans, fait rogner tous les doigts de la main dans une mauvaise querelle ? Entièrement dévoué à son maître, il restera longtemps son secrétaire et son homme de confiance. L'apport de Ferrari dans les travaux de Cardan est indéniable.

En 1543, Cardan et Ferrari se rendent à Bologne où Della Nave les autorise à prendre connaissance des papiers du défunt Del Ferro. Ils s'aperçoivent alors que celui-ci connaissait la formule de Tartaglia. Personne, semble-t-il, n'était au courant. Cardan aurait-il harcelé de la même manière Tartaglia s'il avait su pouvoir obtenir cette même formule de Della Nave (il ne s'adressa à celui-ci qu'en 1543) ? Aujourd'hui, tout le monde est d'accord pour dire que Del Ferro avait cette formule, que Fiore la connaissait et qu'elle fut redécouverte par Tartaglia (qui savait que Fiore l'avait !). Cependant aucune étape de l'histoire n'est avérée ! Cardano en a parlé, mais Tartaglia écrit à la fin de sa vie : « *Je peux témoigner que le théorème n'était pas prouvé chez Euclide ni chez personne si ce n'est Gerolamo Cardano, auquel nous l'avons montré. En 1534, à Venise, j'ai trouvé une formule générale pour l'équation...* » Il est difficile de démêler les fils de cette histoire.

Ars Magna

Le fait d'avoir eu connaissance des papiers de Del Ferro, ou peut-être une forte pression de Ferrari, ou plus probablement le désir de ne pas enterrer les résultats de plusieurs années de travail amenèrent Cardan à mettre tout ce qu'il savait sur les équations du 3^e degré dans son livre *Ars Magna sive de Regulis Algebraicis (Le Grand Art, ou les Règles de l'algèbre)*, publié en 1545.

Dans l'introduction de cet ouvrage, il fait un court historique de la

formule : « *De notre temps, Scipione Del Ferro, de Bologne, a résolu le cas d'un cube et des choses égaux à un nombre [$x^3 + ax = b$], d'une façon tout à fait belle et admirable. Puisque cet art surpasse l'intelligence de tout mortel, et toute la subtilité humaine et que c'est un véritable don du ciel, et une épreuve très claire des capacités de l'esprit, celui qui s'y applique croira qu'il n'y a rien qu'il ne puisse comprendre. À l'émulation de Scipione, Niccola Tartaglia, de Brescia, mon ami, résolut le même cas pour ne pas être défait dans un duel qui l'opposait à l'élève de celui-ci, Antonio Maria Fiore, et il me le donna, ému par mes prières. Car j'avais été induit en erreur par les mots de Luca Pacioli qui disait qu'aucune règle plus générale que la sienne ne pouvait être découverte. Malgré les nombreuses choses que j'avais déjà découvertes, comme il est bien connu, j'avais désespéré et je ne cherchais pas à aller plus loin. Mais, ayant reçu la solution de Tartaglia, et cherchant la démonstration de celle-ci, je compris que beaucoup d'autres choses pouvaient être obtenues. Menant cette étude avec une confiance accrue, je découvris ces autres choses, partie par moi-même, partie par l'intermédiaire de Ludovico Ferrari, mon ancien élève.* »

Voici, en langage moderne, la méthode utilisée par Cardan pour résoudre l'équation (a). Nous cherchons une solution x de (a) sous la forme

$$x = \beta - \alpha.$$

Alors

$$x + \alpha = \beta$$

et

$$x^3 + 3x^2\alpha + 3x\alpha^2 + \alpha^3 = \beta^3 \quad (d)$$

Étant donné que $3x^2\alpha + 3x\alpha^2 = 3x\alpha(x + \alpha) = 3x\alpha\beta$, l'égalité (d) peut s'écrire

$$x^3 + 3\alpha\beta x = \beta^3 - \alpha^3 \quad (e)$$

Essayons de choisir le couple (α, β) à partir du couple (a, b) de manière à ce que l'équation (e) coïncide avec l'équation (a). Pour cela, il est nécessaire que le couple (α, β) soit solution du système

$$\begin{cases} 3\alpha\beta = a \\ \beta^3 - \alpha^3 = b \end{cases}$$

ou du système équivalent

$$\begin{cases} \beta^3 \times (-\alpha^3) - \frac{a^3}{27} \\ \beta^3 + (-\alpha^3) = b \end{cases}$$

Selon le théorème de Viète¹, β^3 et $-\alpha^3$ seront les racines de l'équation du second degré auxiliaire

$$y^2 - by - \frac{a^3}{27} = 0.$$

Comme on cherche les racines *positives* de l'équation (a),

$$\beta > \alpha.$$

Cela entraîne que

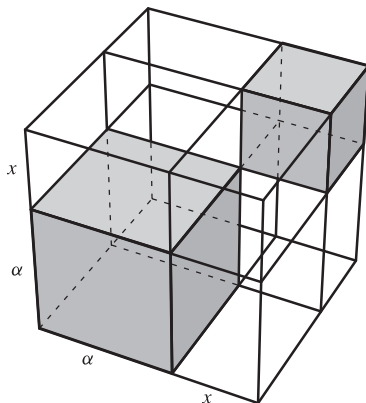
$$\begin{aligned} \frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}} \\ -\alpha^3 = \frac{b}{2} - \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}} \end{aligned}$$

Par conséquent

$$x = \sqrt[3]{\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}} - \sqrt[3]{-\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}}.$$

Pour des valeurs positives de a et b , la racine x est également positive.

1. François Viète (1540-1603) vécut après Cardan, mais Cardan connaissait le résultat qu'on appelle parfois aujourd'hui théorème de Viète sur les relations entre coefficients et racines, dont nous utilisons ici un cas particulier.



Ce calcul ne donne qu'une idée approximative du raisonnement de Cardan. Il utilisait en fait un langage géométrique : si l'on découpe un cube de côté $\beta = \alpha + x$ par les plans parallèles aux faces en un cube de côté α et un cube de côté x , on obtient, en plus de ces deux cubes, trois parallélépipèdes rectangles de côté α, α, x et trois de côtés α, x, x . La relation entre les volumes donne l'équation (d) ; pour passer à l'équation (e) il faut assembler les parallélépipèdes de différents types par paires.

L'équation (b) peut être résolue si l'on utilise la substitution

$$x = \beta + \alpha;$$

cependant il peut arriver que l'équation initiale ait trois racines réelles et que l'équation auxiliaire du second degré n'en ait pas. C'est ce qu'on appelle le *cas d'irréductibilité*. Il posait de nombreux problèmes à Cardan (et sans doute à Tartaglia).

Cardan parvint à résoudre l'équation (c) en suivant un raisonnement très avancé pour l'époque, car il faisait intervenir des nombres négatifs. Cardan fut le premier à utiliser les nombres négatifs d'une façon aussi décisive. Toutefois, il était loin de jongler avec, puisqu'il considérait séparément les équations (a) et (b) !

Il trouva aussi comment résoudre l'équation du troisième degré générale

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0,$$

ayant remarqué que la substitution $x = y - a/3$ supprime le membre en x^2 (et Tartaglia, là, n'y est pour rien).

Il ne se contente pas d'étudier les nombres négatifs, qu'il appelle nombres « imaginaires », mais s'interroge aussi sur les nombres complexes (« vraiment sophistiqués ») Il note que si on les manie selon certains principes naturels (en oubliant les tortures mentales que cela peut causer) on peut alors attribuer des racines complexes à l'équation du second degré qui n'a pas de racine réelle. Peut-être est-ce le cas d'irréductibilité qui amena Cardan aux nombres complexes. Si l'on ne « craint » pas alors de faire les opérations qui s'imposent au cours du calcul sur les nombres complexes, on obtient les valeurs exactes des racines réelles. Cependant rien n'indique que Cardan dans ces études ait dépassé le stade des équations du second degré. La méthode de calcul apparaît bientôt pour les équations du troisième degré chez Raffaele Bombelli (1522-1572), successeur de Cardan et auteur de la célèbre *Algebra* (1572).

Cardan comprenait que l'équation du troisième degré

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

pouvait avoir trois racines réelles et que leur somme était alors égale à $-a$. Cardan fut le premier à énoncer une assertion d'un type aussi général. En algèbre, à la différence de la géométrie, on faisait rarement des démonstrations (il en reste quelques traces dans les mathématiques scolaires). Cardan observe également que si dans une équation (à coefficients positifs) tous les termes du membre de gauche ont une puissance plus élevée que ceux du membre de droite il y a une racine positive unique. De nombreux concepts importants de l'algèbre (par exemple l'ordre de multiplicité d'une racine) proviennent de son *Ars Magna*. D'une façon générale, l'importance de Cardan dans l'histoire des mathématiques se définira en premier lieu, non par les résultats qu'il a obtenus (il y en a peu), mais par le fait que dans l'*Ars Magna*, il a entrevu la voie dans laquelle allait se développer l'algèbre.

Remarques sur la formule de Cardan

Analysons la formule permettant de résoudre l'équation dans le domaine réel. À la différence de Cardan, nous pouvons nous permettre

d'ignorer les signes de p et q . Ainsi

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

Pour calculer x , il nous faudra d'abord extraire les racines carrées puis les racines cubiques. On peut extraire les racines carrées en restant dans le domaine réel si

$$\Delta = 27q^2 + 4p^3 > 0.$$

Deux valeurs de la racine carrée, se distinguant par le signe, figurent dans les deux termes à additionner pour calculer x . Dans le domaine réel la racine cubique a une seule valeur et on obtient une seule racine réelle x pour $\Delta > 0$.

En étudiant la représentation graphique du trinôme du troisième degré $x^3 + px + q$ on vérifie facilement que pour $\Delta > 0$ il a bien une racine réelle et une seule. Pour $\Delta < 0$, il y a trois racines réelles. Pour $\Delta = 0$ il y a une racine réelle double et une simple. Et pour $p = q = 0$ une racine triple égale à 0.

Continuons à étudier le cas où $\Delta > 0$ (cas d'une seule racine réelle). Il apparaît alors que même pour une équation à coefficients entiers ayant une racine entière, des nombres irrationnels intermédiaires peuvent apparaître lors du calcul de cette racine. Par exemple, l'équation

$$x^3 + 3x - 4 = 0$$

a une racine réelle unique $x = 1$. La formule de Cardan donne pour cette racine l'expression

$$x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}.$$

Cela veut dire que

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} = 1.$$

Tâchez donc de le démontrer directement! En fait, toute démonstration suppose que l'on utilise le fait que cette expression est racine de l'équation $x^3 + 3x - 4 = 0$. Peut-être allez-vous trouver des trucs, mais les calculs directs conduisent à des radicaux cubiques qui ne peuvent pas être éliminés.

Ceci explique peut-être pourquoi Fiore ne réussit pas à résoudre l'équation du troisième degré que lui avait posée Tartaglia. On pouvait sans doute la résoudre en ayant « deviné » la réponse (c'est ce que Tartaglia avait à l'esprit), mais la « recette » de Del Ferro amenait à ces irrationalités intermédiaires.

La situation est encore plus embrouillée dans le cas de trois racines réelles (ce qu'on a appelé le cas d'irréductibilité). Là

$$27q^2 + 4p^3 < 0$$

et sous les signes des racines cubiques on trouve des nombres complexes. Si l'on extrait les racines cubiques dans le domaine complexe alors, après addition, les parties imaginaires disparaissent et l'on obtient des nombres réels. Mais se ramener à des opérations portant uniquement sur des nombres réels ? Par exemple l'extraction de la racine carrée $\sqrt{a + ib}$ peut se résumer à des opérations purement réelles sur a et b . S'il en était ainsi pour le calcul de

$$\sqrt[3]{a + ib} = u + iv$$

tout irait bien. Mais quand on veut exprimer u et v en fonction de a et b , des équations du troisième degré réapparaissent – et cette fois encore elles sont irréductibles. C'est un cercle vicieux ! Ainsi dans le cas d'irréductibilité, il est impossible de trouver une façon d'exprimer les racines en fonction des coefficients qui ne mène pas hors du domaine réel (à la différence de l'équation du second degré). Cette difficulté ne reçoit pas toujours l'attention qu'elle mérite...

Les équations du quatrième degré

On trouve dans *Ars Magna* la résolution des équations du quatrième degré par Ferrari. En langage actuel, la méthode utilisée par Ferrari pour résoudre l'équation

$$x^4 + ax^2 + bx + c = 0 \tag{f}$$

(on peut facilement ramener l'équation générale du quatrième degré à (f)) est la suivante : introduisons un paramètre auxiliaire t et réécrivons l'équation (f) sous la forme équivalente :

$$\left(x^2 + \frac{a}{2} + t\right)^2 = 2tx^2 - bx + \left(t^2 + at - c + \frac{a^2}{4}\right). \tag{g}$$

Choisissons maintenant une valeur du paramètre t de manière à ce que le trinôme du second degré (en x) qui se trouve dans le membre de droite de l'équation (g) ait deux racines égales. Pour cela, il faut que le discriminant de ce trinôme soit nul :

$$b^2 - 4 \cdot 2t(t^2 + at - c + \frac{a^2}{4}) = 0.$$

Nous avons maintenant obtenu une équation du troisième degré auxiliaire pour t . Trouvons, en utilisant la formule de Cardan, une de ses racines t_0 . On peut maintenant écrire l'équation (g) sous la forme

$$(x^2 + \frac{a}{2} + t_0)^2 = 2t_0(x - \frac{b}{4t_0})^2. \quad (h)$$

L'équation (h) se décompose en deux équations du second degré, qui donnent les quatre racines désirées.

Ainsi, selon la méthode de Ferrari, la résolution d'une équation du quatrième degré se ramène à la résolution d'une équation du troisième degré et de deux équations du second degré.

Ferrari et Tartaglia

Depuis leur rencontre en 1539, Cardan et Tartaglia s'écrivaient peu. Un jour cependant, un élève de Tartaglia lui annonce que, d'après les bruits qui courent, Cardan écrit un nouvel ouvrage. Tartaglia écrit aussitôt à Cardan pour le mettre en garde. Il reçoit une réponse apaisante. Une autre fois Cardan, après s'être heurté au cas de l'irréductibilité, tente d'obtenir de Tartaglia des explications supplémentaires mais il n'obtient pas de réponse satisfaisante. On imagine la réaction de Tartaglia quand paraît *Ars Magna* (1545) ! Il publie dans la dernière partie de son livre *Quesiti et inventioni diverse* (1546) la correspondance qu'il a eue avec Cardan et le compte rendu de leurs discussions ; il lui tombe dessus à bras raccourcis, mêlant injures et reproches. Cardan ne réagit pas. C'est Ferrari qui, le 10 février 1547, répond à Tartaglia. Il s'ensuit une célèbre querelle épistolaire entre le disciple de Cardan et le savant trompé. Dans une de ses lettres, Ferrari signale les lacunes de l'ouvrage de Tartaglia. Tantôt il l'accuse de s'emparer du résultat d'un autre, tantôt il signale des répétitions, marque de mauvaise mémoire (ce qui à l'époque semble être une accusation grave). Pour finir, il met Tartaglia

au défi d'accepter un débat en public portant sur « *la Géométrie, l'Arithmétique ainsi que les domaines touchant à ces disciplines comme l' Astrologie, la Musique, la Perspective, l'Architecture, la Cosmographie* ». Il se déclare prêt à traiter de ce que les Grecs, Latins et Italiens ont écrit à ce sujet ainsi que des travaux de son adversaire, s'il accepte en échange de dissenter des siens.

La tradition voulait qu'on envoie des « questions » en réponse à un « cartel » (provocation en duel). Elles sont connues le 19 février. Tartaglia tente alors d'impliquer Cardan dans l'affaire : « *Si je vous ai écrit sur ce ton si échauffé et si insultant, c'est seulement afin d'obliger son Excellence, et non pas vous, à répondre de sa propre main d'une façon ou d'une autre. Car j'ai de vieux comptes à régler avec elle.* » Tartaglia comprend peu à peu que Cardan continuera à se tenir à l'écart. Alors il se met à souligner l'absence d'indépendance de Ferrari, l'appelant la « créature de Cardan », comme s'était appelé lui-même Ferrari lors du premier défi...

Toutes les questions étaient adressées à la fois à Cardan et à Ferrari : « *Vous, Messer Gerolamo, et vous, Messer Luigi...* » On trouve dans cette correspondance bien des choses intéressantes. Par exemple, le second cartel reproduit une conversation entre Cardan et Tartaglia qu'aurait prétendument surprise Ferrari : « *Alors, que vous faut-il encore ? – Je ne veux pas que ma découverte soit divulguée ! – Et pourquoi donc ? – Afin que personne ne puisse en profiter. – En vérité, si nous sommes nés non seulement pour nous-mêmes mais pour notre patrie et pour toute l'humanité, pourquoi donc ne veux-tu pas, ayant eu la chance de faire quelque chose de grande valeur, que puissent en profiter aussi les autres ?* »

La correspondance se prolongea pendant un an et demi, et soudain, Tartaglia donna son accord pour un duel à Milan. Que s'était-il passé ? En mars 1548, Tartaglia est invité à aller donner des conférences publiques à Brescia, sa ville natale, ainsi que des leçons privées « *auxquelles assisteront quelques docteurs et personnes d'une certaine importance* ». L'affaire de Brescia tarde à se concrétiser, et certains pensent que Tartaglia fut contraint d'accepter le défi par ses protecteurs dans l'espoir qu'une victoire affermirait sa position. La controverse a lieu le 10 août 1548 à Milan en présence d'une « noble et nombreuse assemblée », où figure le gouverneur de Milan, mais Cardan n'y

paraît pas. Il ne reste de la controverse que quelques brèves notes de Tartaglia à partir desquelles il est presque impossible de reconstituer la réalité de l'événement. Il semble que Tartaglia ait subi une défaite cinglante. Mais il ne faut pas s'y tromper, la controverse n'avait aucun rapport avec le problème qui avait déclenché toute l'affaire ; d'une façon générale, ces joutes oratoires avaient aussi peu de rapport avec la manifestation de la vérité que les véritables duels. Ensuite, il était difficile à Tartaglia, qui n'avait pas la parole aisée, de résister en public aux assauts du brillant et jeune Ferrari.

Qu'advint-il de nos héros ?

Tartaglia ne reste qu'un an et demi à Brescia et rentre à Venise sans même avoir perçu les honoraires de ses conférences. Sa défaite dans la controverse lui a causé grand tort. À la fin de sa vie (il meurt en 1557) commence à paraître son *Trattato Generale di Numeri et Misure (Traité général des nombres et des mesures)* dont l'édition ne parvient à son terme qu'après la mort de Tartaglia. Dans son traité il est très peu question des équations du troisième degré. Dans son héritage soigneusement conservé, on ne trouva aucune trace de ce grand traité sur la nouvelle algèbre dont il avait parlé toute sa vie durant.

Au contraire, Ferrari conquiert une immense célébrité. Il donne des conférences publiques à Rome, il dirige le service des impôts de Milan, il est invité à servir chez le cardinal de Mantoue et il participe à l'éducation du fils de l'empereur. Ferrari meurt à 43 ans (1565). La légende dit qu'il fut empoisonné par sa sœur.

Cardan survit à Tartaglia et à Ferrari. Cependant, la fin de sa vie est pénible. L'un de ses fils, le docteur Gianbatista Cardano, sur lequel Cardan avait placé de grandes espérances, empoisonne sa femme par jalousie et est exécuté en 1560. De ce coup, Cardan mit beaucoup de temps à se remettre. Son autre fils, Aldo, devient un vagabond et vole son propre père. En 1570, Cardan est lui-même emprisonné et voit ses biens confisqués. On ne connaît pas la cause de son arrestation. Peut-être faut-il y voir une intervention de l'Inquisition. En attendant d'être arrêté, Cardan détruit cent vingt de ses ouvrages. Il finit ses jours à Rome où il reçoit une modeste pension du pape et consacre la dernière année de sa vie à son autobiographie *De vita propria liber*. La

dernière note de ce livre est datée du 28 avril 1576 et, le 21 septembre, Cardan mourait. Dans son autobiographie, Cardan mentionne quatre fois Tartaglia. À un endroit, il cite avec approbation cette pensée de Tartaglia : « *Personne ne sait tout, et celui-là sait d'autant moins qu'il ne soupçonne pas lui-même qu'il ignore beaucoup de choses.* » Dans un autre endroit, il est dit que Tartaglia a préféré avoir en Cardan « *un rival et un vainqueur plutôt qu'un ami et un homme qui lui soit obligé de ses bienfaits* ». En outre, Tartaglia se retrouve dans la liste des critiques de Cardan qui « *ne dépassèrent jamais les limites de la grammaire* ». Et enfin, dans les toutes dernières pages, nous lisons : « *Je reconnais qu'en mathématiques j'ai emprunté quelque chose au frère Niccolo, mais ce n'était pas bien important.* » Il n'a pas la conscience tranquille...

La rivalité entre Cardan et Tartaglia sombra pour longtemps dans l'oubli et la formule permettant de résoudre l'équation du troisième degré fut rattachée à l'*Ars Magna*. Peu à peu, on se mit à l'appeler *formule de Cardan*, bien que pendant tout un temps, le nom de Del Ferro lui ait été aussi associé (Cardan lui-même soulignait que la paternité de la formule revenait à celui-ci). De telles injustices dans les attributions ne sont pas chose rare. On peut mentionner l'axiome d'Archimède, dont Archimède lui-même ne prétendait pas être l'auteur.

Au début du XIX^e siècle, le débat sur la paternité de cette formule reprend. On se souvient tout à coup de l'existence du pauvre Tartaglia, et tous sont prêts à se battre en sa faveur, non seulement les mathématiciens professionnels mais même les amateurs. C'est que l'aspect policier de cette histoire était très attirant. Pendant combien de temps devait être tenue la promesse de Cardan ? Six ans, était-ce un délai assez long ? Pourquoi Tartaglia avait-il laissé passer dix ans sans publier sa formule ? etc. Au reste, l'histoire maintes fois transmise et maintes fois passée dans le domaine de la littérature de vulgarisation s'était fortement simplifiée et Cardan se transformait parfois en aventurier et en scélérat qui avait dérobé à Tartaglia sa découverte et qui avait donné à celle-ci son propre nom. Comme nous l'avons vu, la chose était plus compliquée et une telle interprétation caricature pour le moins le tableau.

Il ne s'agit pas seulement de rétablir la vérité alors que les principaux acteurs ont sans doute partiellement menti. Beaucoup

veulent déterminer le degré de culpabilité de Cardan. Mais surtout cette affaire pose la question toujours actuelle de la propriété d'une découverte scientifique. De nos jours, il y a une grande différence entre les droits d'un savant et ceux d'un inventeur. Le savant ne peut contrôler l'utilisation ultérieure des résultats qu'il a publiés, il ne peut qu'exiger que son nom soit cité. Aux confins du Moyen Âge et de la Renaissance, le prétexte au maintien du secret pour les résultats mathématiques était leur utilisation dans les duels savants.

À la fin du XIX^e siècle la question donne lieu à des recherches historiques. Pour la première fois des documents originaux (« cartels » et « questions ») sont publiés. Les mathématiciens prennent conscience de l'importance des travaux de Cardan. Comme l'a dit Leibniz : « Cardan fut un grand homme malgré tous ses défauts ; sans eux, il aurait été la perfection même. »

Le grand historien et mathématicien Moritz Cantor (1829-1920 – à ne pas confondre avec Georg Cantor, fondateur de la théorie des ensembles, ni avec Jean-Michel Kantor), auteur d'une histoire des mathématiques en plusieurs volumes, admirait Cardan tout en constatant, non sans regret, que ses qualités humaines laissaient à désirer. Il reprenait l'hypothèse de Ferrari selon laquelle Tartaglia n'aurait pas redécouvert la règle de Del Ferro mais l'aurait obtenue toute prête de seconde main. Cantor remarquait en effet que Tartaglia n'avait pas réalisé de travaux passionnants et qu'à part la formule elle-même, qui du reste pouvait très bien avoir été empruntée à l'*Ars Magna* de Cardan, on ne trouvait dans ses publications et ses manuscrits que quelques remarques élémentaires. Cardan lui aussi trouvait étrange que les solutions de Tartaglia et de Del Ferro se ressemblent comme deux gouttes d'eau. Cantor se voyait contredit par Gustav Eneström qui fit même une sorte d'expérience montrant qu'une telle coïncidence de démonstrations était possible.

Pendant un siècle et demi, l'intérêt pour la question connaît des hauts et des bas. On voudrait obtenir une réponse unique alors qu'elle n'existe peut-être même pas. Toujours est-il qu'on parle aujourd'hui de *formule de Cardan*.

De vita propria liber

Cardan achève quatre mois avant sa mort son autobiographie, qu'il avait écrite toute l'année précédente dans un effort intense et qui devait faire le bilan de sa tumultueuse existence. Il sentait l'approche de la mort. Selon certains témoignages son propre horoscope liait sa fin à son 75^e anniversaire. Il meurt le 21 septembre 1576, deux jours avant son anniversaire. On raconte qu'il se suicida en sentant sa mort proche ou même qu'il ne voulut pas faire mentir son horoscope. Cardan astrologue avait pris au sérieux son horoscope. Il raconte dans son livre comment, à 44 ans, il attendait la mort que lui avait prédite un autre horoscope.

Cardan s'interroge sur la réussite de sa vie. D'un côté, il vit à Rome sur une petite pension du pape, loin des villes où il passa la meilleure partie de son existence, il a connu la prison et n'a pas eu de chance avec ses fils. De l'autre, il est convaincu de sa propre importance. Il jette un regard critique sur son passé, bien qu'il ne soit pas difficile de trouver des passages où il parvient à se convaincre d'avoir eu raison. Il croit en la prédestination de sa vie. Aussi fait-il une analyse détaillée de l'influence des étoiles, de ses rapports avec son « génie protecteur », un compte scrupuleux des signes, présages et petits événements qui lui permettent de construire un tableau cohérent de sa vie. Dans un certain sens, le but de Cardan est de s'analyser lui-même comme l'objet des influences de forces supérieures, en mettant à profit l'art du savant et de l'astrologue. La science voyait s'établir un nouveau style consistant à ne tirer des conclusions que de faits établis. C'est pourquoi Cardan fournit à son lecteur d'amples renseignements sur ses particularités physiques, son régime alimentaire, ses habitudes, etc. afin que l'auteur et le lecteur aient les mêmes possibilités d'en tirer des conclusions.

L'autobiographie² de Cardan est celle de l'un des hommes les plus intelligents de son temps, et c'est l'un des monuments de la littérature du xvi^e siècle.

2. Trad. française : Cardan, *Ma vie*, Belin, 1991.