M1 Mathématiques
Département de Mathématiques et Applications
École Normale Supérieure – PSL

Stage Master 2022-2023
Dylan Thevenet
Promotion DMA 2021

Découverte de l'enseignement en lycée français à l'étranger

Supervisé par :
Anne Lesage
Marc Renaud
proviseur@lfv.pl
mrenaud@lfv.pl

Lycée Français de Varsovie
Walecznych 4/6, 03-916 Warszawa, Pologne
https://lfv.pl/fr/

17 août 2023

Remerciements

Je remercie Anne Lesage pour m'avoir permis de faire ce stage et pour son accueil lors de mon arrivée à Varsovie.

Je remercie Marc Renaud pour son accompagnement et pour m'avoir aidé à mettre en place mes ateliers.

Je remercie toustes mes collègues professeur·e·s pour leurs conseils avisés sur ma pédagogie.

Je remercie en particulier mes collègues professeurs de mathématiques pour avoir parlé de mes activités à leurs élèves.

Je remercie la vie scolaire pour leur disponibilité et leur patience, notamment pour m'aider à chercher des salles.

Je remercie Oskar et Jean-Valéry pour les bons moments passés ensemble.

Je remercie mes élèves pour leur motivation.

Je remercie enfin Rachel pour son soutien indéfectible, notamment lors de l'écriture de ce rapport.

Table des matières

1 Introduction

Le réseau des établissements d'enseignement français à l'étranger, communément appelés "lycées français" est le plus gros réseau de lycées internationaux à l'étranger du monde. Il est actuellement constitué de 566 établissements répartis dans 138 pays. Tous les établissements ont une certification qui garantit la conformité de leur enseignement au système éducatif français. Un réseau de cet ampleur permet d'atteindre deux objectifs : accompagner les familles françaises dans leur mobilité à l'étranger et renforcer le rayonnement de la France en accueillant 60% d'élèves de nationalités non françaises [1].

Les lycées français doivent donc tous dispenser la même éducation, tout en intégrant les élèves non français qui peuvent venir d'environnements très variés. Pour une partie de ces élèves, la compréhension de la langue est souvent la première barrière rencontrée, devant les aspects purement techniques.

Le Lycée Français René Goscinny de Varsovie (LFV) est le seul lycée français en Pologne [2]. C'est un établissement sous gestion directe ce qui veut dire que les principaux membres de l'administration ainsi qu'une grande partie du corps enseignant sont sous contrat français, et doivent rester une durée déterminée avant de devoir rentrer en France. En effet, depuis 2020, les enseignant·e·s ne peuvent rester plus de 6 ans dans le même lycée français. [3]

Le LFV compte actuellement plus de 700 élèves de 42 nationalités différentes. Le lycée offre un enseignement de la toute petite section de maternelle à la terminale. L'environnement multiculturel et multilinguistique ainsi que le petit nombre d'élèves par classe (environ 20 élèves par classe) sont deux atouts importants pour le LFV. [2] Le LFV prépare ses élèves pour des études supérieures partout à l'international, mais d'après des statistiques récentes, environ 75% des élèves continuent leur cursus scolaire en France, principalement en université. [4]

Les objectifs du LFV sont de proposer une formation citoyenne des élèves (développement d'un esprit critique, ouverture d'esprit, approche éthique et responsable des questions de société), un apprentissage de la démarche scientifique basée sur l'expérimentation et l'observation et un accompagnement individualisé pour l'orientation et le choix des études supérieures. [2] Mon stage s'inscrit donc dans ces objectifs en proposant une activité scientifique originale.

J'ai donc poursuivi un projet pédagogique, en remplaçant un professeur de technologie, et en créant des ateliers de soutien pour les élèves en difficulté à tous les niveaux, notamment des élèves qui intégraient le lycée sans avoir le bagage mathématique demandé pour leur niveau. J'ai aussi accompagné des projets personnels d'élèves à travers des séances de préparation aux olympiades de première et de quatrième, ainsi que des séances pour préparer les concours des écoles de commerce. J'ai aussi eu un rôle de médiateur de "passion mathématique" en organisant des ateliers de découvertes des mathématiques pour les élèves les plus motivé·e·s. Enfin, j'ai pu accompagner dans leur orientation à travers une présentation de mon parcours personnel et des CPGE.

2 Observation

Mon stage s'est déroulé du 6 février au 24 juin 2023 et a commencé par une période de deux semaines d'observation afin de me familiariser avec le lycée et ses pratiques d'enseignement. J'ai également pu rencontrer au cours de cette période les membres de l'administration de l'établissement, ainsi que les enseignant·e·s des cycles primaire et secondaire.

2.1 Administration de l'établissement

Je suis arrivé à Varsovie le lundi 6 février 2023. Madame la proviseure, Anne Lesage est gentiment venue m'accueillir à mon arrivée. Le lendemain, j'ai visité le lycée en sa compagnie, où j'ai rencontré Marc Renaud, proviseur adjoint, et une partie de mes futur·e·s collègues. Marc m'a alors donné un emploi du temps d'observation, débutant le mercredi. L'objectif de cette période d'observation était de rencontrer élèves et enseignants de mathématiques, de me présenter, et de me familiariser avec le déroulement des cours au LFV.

Madame la proviseure m'a alors convié à une réunion de direction avec notamment le proviseur adjoint, la CPE, le directeur de l'école primaire, le directeur administratif et financier, la chef comptable. J'ai pu me confronter à quelques problématiques rencontrées par la direction d'un lycée français à l'étranger, par exemple la question de l'accueil de deux lycéennes congolaises devant quitter leur pays de part leur situation instable.

Le directeur de l'école primaire m'a ensuite emmené jusqu'à l'école primaire, à 7km du lycée, où un logement a été mis à ma disposition. J'ai aussi pu rencontrer les instituteur·rice·s de l'école primaire.

2.2 Cycle secondaire

Lors de cette première semaine d'observation, j'ai pris part à des cours de mathématiques niveau collège et lycée. Une grande partie de ces cours sont en fait des séances d'exercice et de révision, et je suis invité à passer dans les rangs pour rencontrer et aider les élèves, en répondant à leurs questions. Lors des séances avec les premières, leur professeur m'informe de leur participation aux olympiades de mathématiques, et de la possibilité d'organiser des séances de préparation.

2.3 Cycle primaire et maternelle

Cette deuxième semaine d'observation était dédiée à l'école primaire et maternelle, et je suis donc passer dans les classes lorsque les instituteur·rice·s enseignaient les mathématiques. J'ai également pu prendre part à l'organisation d'une matinée de défis mathématiques en maternelle, en animant l'atelier sudoku pour les élèves de moyennes sections. Les élèves venaient par groupe de 3-4 avec un·e adulte accompagnateur·rice, et iels devaient compléter des sudokus avec moi pendant 20 minutes. Il y avait 4 niveaux de difficultés, et je devais vérifier si les propositions étaient correctes, et éventuellement rappeler les règles du sudoku si certain·e·s ne s'en rappelaient pas.

3 Préparation aux olympiades de première et quatrième

Le premier projet que j'ai mené en autonomie a été l'organisation de séances de préparation aux olympiades de première et de quatrième. Pendant les deux semaines d'observation, l'un des professeurs m'a mentionné le fait que certain·e·s élèves allaient participer aux olympiades de mathématiques, au niveau première et au niveau quatrième. Lors des éditions précédentes, le LFV n'avait pas organisé de préparation : j'ai donc pu librement en proposer aux élèves motivé·e·s. J'ai contacté les élèves pour voir si de telles séances pouvaient les intéresser.

3.1 Premières

6 élèves étaient inscrit·e·s aux olympiades de mathématiques niveau première. Malheureusement les olympiades avaient lieu le 15 mars, une semaine après le retour des vacances scolaires de février me laissant peu de temps pour proposer une préparation.

L'objectif était donc en quelques séances de cerner le travail demandé pendant les olympiades, qui est nettement différent de ce qu'on demande en première, et qui comporte des exercices plus compliqués, plus longs, qui demandent plus de rigueur et plus de recul sur les outils mathématiques abordés. J'ai donc considéré que le meilleur moyen de préparer mes élèves en un temps si court était de faire quelques annales récentes d'olympiades. En tout, j'ai pu organiser 4 séances de préparation de deux heures pendant la semaine de la rentrée afin de pouvoir faire au moins une séance avec chaque élève. J'ai proposé un sujet d'arithmétique (l'exercice 1 du sujet national de 2021), un sujet de probabilité (l'exercice 2 du sujet de 2019 de l'académie d'Aix), un sujet de géométrie (l'exercice 1 du sujet national de 2019), et un sujet plus atypique qui étudiait un jeu (l'exercice 1 du sujet de 2021 de l'académie d'Amiens) afin de voir en peu de temps un éventail de notions différentes.

Les séances se déroulaient de la manière suivante : je faisais une présentation générale du sujet en indiquant les thèmes abordés, puis je leur laissais une dizaine de minutes pour se familiariser avec le sujet, suite à quoi nous commencions à regarder des questions ensemble pour voir ce qui n'avait pas été compris. Nous avancions ensuite dans le sujet en leur laissant toujours du temps pour les questions difficiles. Pendant les séances, j'essayais au maximum d'encourager mes élèves à participer et proposer des choses pour pouvoir rebondir sur ce qu'iels me disaient, ainsi qu'à poser des questions si des choses n'étaient pas claires. Après la séance, je rédigeais et leur transmettais un corrigé qui reprenaient les éléments décisifs ou ceux qui les avaient mis·e·s en difficulté.

Ces séances se sont très bien passées, les élèves étaient très sympathiques et ont eu l'air ravi·e·s que je propose des séances de préparation. Il était toutefois dommage de ne pas avoir plus de temps pour proposer des séances supplémentaires au cours desquelles reprendre des éléments plus spécifiques qu'un sujet d'olympiades.

3.2 Quatrièmes

5 élèves étaient inscrit·e·s aux olympiades de mathématiques niveau quatrième. Heureusement, les olympiades de quatrième ont eu lieu le 28 mars, j'ai donc eu deux semaines de plus pour pouvoir proposer une préparation. Les séances ont donc eu lieu tous les jeudis et vendredis soir pendant 2 heures entre la rentrée des vacances de février et la date des olympiades pour un total de 6 séances. J'ai considéré, comme pour les olympiades de première, que le meilleur entraînement serait d'étudier des annales d'olympiades passées. Nous avons donc pu faire tous les sujets entre 2022 et 2013. Les séances se déroulaient de la même manière que pour les olympiades de première. Les élèves étaient adorables et m'ont fait part de leur satisfaction vis-à-vis des séances.

4 Préparation aux concours d'entrée en école de commerce

En parallèle de mes séances de préparation aux olympiades, une autre opportunité s'est offerte à moi : préparer les élèves de terminale qui souhaitaient passer les concours d'entrée aux écoles de commerce. C'est le professeur en charge de l'orientation qui m'a informé de la volonté de certaines élèves de passer plusieurs concours permettant d'accéder à des écoles de commerce, type concours Sésame. J'ai donc proposé des séances de préparation à ces concours. Les séances avaient lieu une heure par semaine, le mercredi matin. Le concours a eu lieu le 12 avril, si bien qu'entre le retour des vacances de février et le concours, j'ai pu organiser 5 séances. J'avais en général 3 élèves, me permettant ainsi de proposer un accompagnement personnalisé.

Les concours d'entrée aux écoles de commerce sont constitués, entre autres, d'une épreuve d'aptitudes numériques, autrement dit des calculs de base de terminale sans raisonnement particulier, et d'une épreuve de raisonnement mathématique, où les problèmes sont plus contextualisés. Il y a plusieurs difficultés auxquelles peuvent se heurter les élèves. D'une part, l'épreuve est un QCM où il y a environ une minute pour répondre à chaque question, donc les élèves n'ont pas forcément l'habitude de ce genre de pratiques. D'autre part, la calculatrice est interdite. Il y avait aussi une difficulté pour moi : les élèves ne faisaient pas toustes l'option mathématiques, donc il fallait que mes séances soient bénéfiques à la fois pour des élèves qui n'avaient pas fait de maths depuis la seconde, et pour des élèves qui en avaient fait. J'ai donc adopté le fonctionnement suivant : nous avons fait des annales de ces concours et pour la correction, je demandais à chaque élève quelle question iel avait envie de corriger, de telle sorte à ce que chacun·e y trouve son compte. J'ai aussi essayé de leur donner des conseils qui me paraissaient pertinents pour un QCM mathématique. Par exemple, essayer de repérer les questions les plus simples, auxquelles on peut répondre le plus rapidement, et passer les questions qui prendraient les plus de temps, même si ce ne sont pas les plus compliquées. Ensuite, dans un QCM, il est souvent plus rapide de tester les réponses, plutôt que de faire tout le raisonnement pour la trouver : s'il y a un système d'équation à résoudre, il est plus efficace de tester les solutions proposées, ou alors dans un calcul de PGCD, il est utile de vérifier si les solutions proposées divisent les nombres dont on veut calculer le PGCD.

Je suis plutôt satisfait de la façon dont se sont déroulées ces séances, je pense que j'ai réussi à leur donner des conseils pertinents, et à raviver des souvenirs de mathématiques pour les élèves qui n'avaient pas fait l'option mathématiques.

5 Remplacement d'un enseignant de technologie

À la rentrée des vacances de février l'un des professeur de technologie s'est absenté pour arrêt maladie, ce qui m'a donnée l'opportunité d'effectuer un remplacement pour plusieurs classes de collège. En effet, il s'avère déjà difficile pour les établissement français de trouver des professeur·e·s remplaçant·e·s, en particulier pour l'enseignement de la technologie, et cette difficulté est dédoublée pour les lycées français à l'étranger. La solution trouvée par le proviseur adjoint a été de me proposer ce remplacement s'étalant sur trois semaines, constitué de 19h30 de cours hebdomadaire, réparti entre 2 groupes de sixièmes, 4 groupes de cinquièmes, 3 groupes de quatrièmes et 4 groupes de troisièmes. Au total, en comptabilisant les heures de préparations aux olympiades et aux concours d'entrée en école de commerce, mes semaines étaient donc constituées de 25 heures de cours.

Ayant carte blanche sur les activités que je peux proposer, mon cours ne s'inscrit dans aucun programme de mathématiques, et je peux donc faire preuve de créativité sans pénaliser d'élèves. Mon objectif est donc de proposer des activités amusantes, en dehors du cadre du programme de collège pour montrer que les mathématiques s'inscrivent dans un cadre plus large que celui présenté au collège. Les thémes proposés sont les mêmes pour toutes les classes, et sont plus creusés et approfondis pour les plus agé·e·s. Je propose également des feuilles d'exercice sur les chapitres compliqués du collège si certain·e·s élèves veulent s'entraîner. Les séances ont pour objectif de se passer de la manière suivante : dans un premier temps, les élèves se divisent en deux groupes, l'un traitera de l'activité originale, l'autre des exercices de soutien. Les deux groupes avancent en parallèle, en posant leurs questions si besoin. Les élèves ont également la liberté de me poser des questions de mathématiques ne portant pas sur le sujet de la séance.

La première activité, destinée à des sixièmes, porte sur le ruban de Möbius. L'activité consiste en la construction du ruban de Möbius, puis en sa comparaison avec un ruban classique, ainsi qu'un ruban où les élèves ont fait faire 1 tour complet au papier avant de coller en établissant le nombre de faces et de bords de ces rubans. L'activité se finissait par le découpage des rubans qui devait les étonner. Ce premier cours se passe avec difficultés : je laisse trop d'autonomie aux élèves, l'activité manque de contextualisation et le cours de dynamisme. Pour le reste de la semaine, j'ai proposé une activité autour de l'énigme des ponts de Königsberg (voir Annexe 1). On commence par une introduction historique avec Leonhard Euler, dont le but est de se rendre compte qu'il y a quelque chose à creuser : il y a certaines villes où on peut faire des balades en passant par tous les ponts sans passer deux fois par le même, et d'autres villes où ce n'est pas possible. On introduit donc les notions mathématiques de graphe avec arêtes et sommets, et de degré d'un sommet. On étudie ensuite plusieurs exemples de graphes pour essayer de trouver une condition nécessaire et suffisante pour avoir un circuit hamiltonien dans un graphe. J'incitais beaucoup les élèves à proposer des théories, afin de vérifier ensemble si cela marchait. J'ai souvent eu la proposition "tous les sommets doivent être de degré pair", qui est une condition intéressante, mais il existe des graphes qu'on peut parcourir et qui ont certains sommets de degré impair. La première présentation de cette activité manquait également de dynamisme, mais les tentatives suivantes se sont avérés fructueuses, réussissant à intéresser un bon nombre d'élèves à cette activité. Pour certaines classes, l'activité était à peine assez longue, j'ai proposé aux élèves de s'intéresser, plus brièvement qu'au cours de la première activité, au ruban de Möbius. Cette partie, mêlant travail manuel à une démonstration "sensationnaliste", m'a permis à multiple reprises de recapter l'attention des élèves perdu·e·s par la première activité. Cette semaine a donc été assez concluante, j'ai été satisfait, même s'il était très fatiguant de garder l'attention de collégien·e·s pendant une heure et demie avec des activités qui sortaient de l'ordinaire.

L'activité de le semaine suivante portait sur la suite de Fibonacci et le nombre d'or. Je commençait par une introduction historique de la suite de Fibonacci avec l'énigme des lapins, puis la formule de récurrence. Ensuite je parlais du nombre d'or en regardant les rapports de termes consécutifs de la suite de Fibonacci, puis nous finissions par construire une spirale de Fibonacci à l'aide de Geogebra. Malheureusement, cette activité s'apparentait trop à une liste de curiosités mathématiques, et était trop décousue par rapport à l'activité précédente, donc je n'ai jamais pu parler de tout ce qui était initialement prévu, les élèves décrochaient avant. Cette semaine était donc nettement plus compliquée, et il a fallu que je trouve un moyen d'impliquer davantage les élèves dans mes activités.

La troisième semaine, j'ai donc mis en place une course d'énigme. J'avais préparé quatre énigmes, ainsi lors d'une séance, je divisais les élèves en quatre groupe, chaque groupe sur une énigme différente, et au bout d'une quinzaine de minutes les groupes changeaient d'énigme. Chaque énigme était l'occasion de l'emporter un certain nombre de points, et celleux des élèves qui obtiendrait un total suffisant de points en fin de séance receverait une récompense. La première énigme consistait en la résolution des tours de Hanoï, il fallait ainsi résoudre les tours de Hanoï à 3,4,5,6 disques. Un point était attribué pour la résolution de chaque tour, et un point supplémentaire était attribué pour chaque solution optimale trouvée. La deuxième énigme était le problème du cavalier : un cavalier de jeu d'échecs doit visiter toutes les cases d'un plateau rectangulaire sans passer deux fois par la même case. J'ai pris 4 tailles de plateau différentes : $3{\times}4$, $5{\times}6$, $6{\times}6$, et un échiquier classique $8{\times}8$ et les élèves gagnaient 2 points pour la résolution de chaque plateau. La troisième énigme était la construction de 2 étapes d'un flocon de Von Koch à la règle et au compas : il y avait des points pour la construction, puis il fallait ensuite déterminer le périmètre et l'aire de chaque étape. La dernière énigme consistait en plusieurs problème de traversée de rivière, par exemple celui du loup, de la chèvre et du chou : un fermier n'ayant qu'une place dans sa barque en plus de lui-même doit faire traverser un loup, une chèvre et un chou de l'autre côté d'une rivière, sachant que sans surveillance le loup mange la chèvre et la chèvre le chou. Ces énigmes ont très bien marché, une grande partie des élèves étaient motivé·e·s, ce qui a réciproquement facilité le fait d'être dynamique et a rendu ces séances très agréables.

Ces trois semaines se sont donc plutôt bien passées, j'ai aussi eu des élèves qui étaient très intéressé·e·s par les mathématiques et qui me posaient des questions sur des sujets variés, dont les suivantes :

— Pourquoi les nombres complexes existent ?
— Qu'entend-on par le fait qu'il y ait différentes tailles d'infini ?
— Comment peut-on résoudre des équations du second degré ?
— Comment fait-on pour inverser des matrices ?
— Dans quel contexte peut-on écrire que $1 + 2 = 10$?

Cependant, certains cours me sont passés complètement à côté. En effet, vouloir proposer des feuilles d'exercice de soutien en plus de ces activités différentes était bien trop ambitieux, et il n'est pas possible de faire avancer les deux groupes en parallèle de manière pertinente, ce qui pouvait être très frustrant. J'avais donc hâte de pouvoir séparer ces deux activités, en proposant des ateliers de soutien et des ateliers d'approfondissement mathématiques pour les élèves motivé·e·s.

6 Organisation d'atelier de soutien et de découverte des mathématiques

Après avoir fait le remplacement du prof de technologie pendant ces trois semaines, je fus ravi de pouvoir mettre en place mes ateliers de soutien et de "découverte des mathématiques" avec les élèves volontaires, pour pouvoir jouer un rôle auprès des élèves intéressé·e·s sans pour autant devoir gérer une classe entière qui n'a pas toujours envie de faire des mathématiques supplémentaires. J'ai donc commencé à organiser mes ateliers de soutien et de découverte, ce dernier consistant à animer des activités différentes de ce que les élèves voient au collège et au lycée, en vue de leur donner une autre vision des mathématiques. Grâce à mes collègues professeurs de mathématiques qui ont retransmis les informations directement dans leurs classes, j'ai eu en tout une trentaine d'élèves entre tous mes ateliers, de la sixième à la première, les terminales ayant déjà passé leurs épreuves de mathématiques du baccalauréat. Il m'a également été demandé par le proviseur adjoint de faire du soutien spécifique à deux élèves qui étaient arrivées en cours d'année d'un autre système que le système français et n'avaient pas du tout les bases de mathématiques demandées pour leur niveau (une première et une troisième respectivement). Enfin la vie scolaire recevait de temps en temps des demandes des parents pour des cours de soutien particuliers en mathématiques, j'avais donc en moyenne entre 15 et 20 heures de cours par semaine.

J'ai donc fait du soutien à deux élèves de cinquième, à une élève de quatrième, à une élève de troisième, à neuf élèves de seconde ainsi qu'à trois élèves de première. L'objectif principal qui me tenait à cœur lors de ces séances de soutien était de permettre aux élèves de répartir avec moins de questions qu'au début de la séance. Je les incitais donc à poser des questions, en m'appuyant sur des exercices vus en classe ou des contrôles qu'iels n'avaient pas compris, pour leur expliquer au mieux leurs lacunes et que les séances soient le plus bénéfique possible. Je préparais ainsi une feuille d'exercice sur le chapitre de leur choix pour avoir des exercices d'application. Selon les niveaux et les élèves, je pouvais donc ré-expliquer le cours en détail en essayant d'apporter une intuition de la chose, souvent en faisant des dessins : c'était par exemple le cas avec mes premières pour le chapitre sur les dérivées où nous avons vu beaucoup d'exemples avec Geogebra pour appréhender ce qu'était un nombre dérivé, une fonction dérivée... Avec d'autres élèves nous faisions plutôt des exercices relevant des chapitres étudiés en parallèle en cours.

Tous les élèves que j'ai vu étaient très dynamiques et avaient un nombre conséquent de questions à chaque séance. Il était très agréable de travailler avec elleux, et ces séances ont été fructueuses autant pour les élèves que pour moi.

Concernant la partie "découverte des mathématiques" j'ai eu trois élèves de sixième, trois élèves de cinquième, quatre élèves de troisième, et quatre élèves de première. Les activités que j'ai proposé étaient souvent des problèmes assez originaux tirés de vidéos Youtube, souvent de la chaîne 3Blue1Brown, qui demandaient beaucoup de réflexion.

C'est avec les troisièmes que j'ai eu le temps de faire le plus d'activités de part le bac de français pour les premières, et des sorties qui ont été responsable de l'annulation de quelques séances.

Le premier problème que je leur ai soumis est le problème de Moser [5] : on place n points sur un cercle. Si l'on trace toutes les lignes possibles entre deux des points que nous avons placé sur le cercle, en combien de régions différentes est découpé notre cercle ? Je leur ai donc fait d'abord regarder des exemples avec n petit pour voir si une idée jaillissait. Ensuite nous avons essayé de compter combien de lignes étaient tracées, et combien de points d'intersection elles formaient, ce qui utilisait des outils combinatoires que nous avions heureusement eu le temps de voir pendant l'une des séances que j'avais pu faire avec elleux pendant ma période de remplacement. Nous utilisions la formule caractéristique d'Euler pour conclure. Je leur parlais enfin du triangle de Pascal, du lien entre les valeurs du résultat pour $n \leq 5$ et les puissances de 2, et de pourquoi le motif ne continuait pas sur les puissances de 2. Cette activité était très intéressante, cependant je pense qu'elle était peut-être un peu difficile pour elleux. C'est une activité que j'ai fait aussi avec les premières, et qui étaient plus adaptée.

Nous avons abordé lors de la seconde séance le problème des trois maisons et trois entreprises[6]. Trois familles arrivent dans une ville donc vous êtes le/la maire·sse. Pour pouvoir vivre décemment, il faut que les maisons de ces familles soient raccordées aux services d'eau d'électricité et de gaz. Cependant, les familles se détestent cordialement, et elles vous imposent une condition : il ne faut pas que les tuyaux reliant les maisons aux services se croisent. Comment pouvez-vous contenter ces familles ? J'ai donc d'abord demandé à mes élèves de réfléchir à une solution au tableau, puis au bout d'un moment, voyant qu'iels ne trouvaient pas de solution, je les ai invités à changer d'angle de vue sur le problème. On commence à avoir l'intuition qu'il n'existe pas de solution à ce problème, l'étape suivante consiste donc à le prouver. Nous avons commencé par chercher un objet qui permettait de reformuler qu'il est à un moment impossible de relier un service à une maison, et nous avons pensé aux régions. En effet, quand on trace les tuyaux, on s'aperçoit que des régions se forment, cependant lorsqu'une région s'est formée, aucun tuyau ne peut ni y rentrer ni en sortir. Cela traduit donc bien le fait que tuyaux se croisent. On a alors imaginé une solution imaginaire, l'objectif étant de déterminer son nombre de régions. Je leur ai donc fait intuiter la formule caractéristique d'Euler en remarquant que lorsqu'on ajoute un tuyau, soit on relie un nouveau sommet à notre graphe, soit on ajoute une nouvelle région, en reliant deux sommets déjà existants. Cela nous a donc permis de trouver le nombre de régions, et par extension le nombre d'arêtes de notre solution imaginaire, qui n'est pas égal au nombre d'arêtes dont nous disposons effectivement, nous avons donc prouvé par l'absurde qu'aucune solution ne peut exister. Enfin, je leur ai proposé de voir ce qui se passait si on abordait le problème des trois maisons et des trois services sur une tasse à café. Cette activité a très bien marché et elle permettait d'aborder plusieurs concepts intéressants en mathématiques : le raisonnement par l'absurde, essayer faire l'analyse d'une solution imaginaire pour pouvoir en déterminer des caractéristiques, et voir si cela colle avec nos données de départ ou non, puis changement de perspective pour voir si le résultat qu'on a trouvé peut s'appliquer à d'autres situations. J'ai donc proposé cette activité à toutes les autres classes que j'avais. Ce fut un peu dur pour les sixièmes qui ont été un peu perdu·e·s par les concepts mathématiques abordés, mais les cinquièmes et les premières ont reçu l'activité avec un bel enthousiasme.

La semaine d'après nous avons observé un petit paradoxe de probabilité inspirés des énigmes Ted Ed ; vous (personnage A) faites une bataille avec deux autres sorciers (personnages B et C), qui se déroule de la façon suivante : vous allez d'abord commencer avec votre baguette magique à attaquer (vous pouvez attaquer B, C ou bien passer votre tour), puis cela sera au tour de B s'il est toujours vivant, puis au tour de C s'il est toujours vivant. Le dernier sorcier vivant gagne le combat. La baguette magique de B tue son adversaire avec 70% de chance, et la baguette magique de C extermine son adversaire 90% du temps. Vous avez le choix entre une baguette magique qui anéantit son antagoniste 60%, 80% ou bien 100% du temps. B et C sont deux sorciers parfaitement logiques qui prendront toujours la décision qui maximise leurs chances de gagner. Quelle baguette choisissez-vous et quelle stratégie adoptez-vous afin de maximiser vos chances de survivre ? Je leur ai donc laissé faire les calculs, et étrangement, la bonne technique à adopter est de choisir la baguette qui est la moins efficace, et en plus de commencer par tirer à côté, dans une bataille à mort. Cette activité leur a bien plu, et je pense qu'il était certainement plus satisfaisant pour elleux de pouvoir faire l'activité quasiment tout·e·s seul·e·s.

Pour les deux dernières semaines, j'ai choisi un problème plus ambitieux (voir Annexe 2). Le problème est le suivant [8][9] : vous êtes en prison avec un ami. Le garde, sympathique, vous propose une énigme pour vous permettre de vous libérer. Vous rentrez dans une salle pendant que votre ami attend de l'autre côté. Dans cette salle il y a un échiquier classique 8×8. Sur chaque case de l'échiquier est posé une pièce de monnaie. Le garde a pu mettre les pièces sur pile ou sur face comme il a voulu. Ensuite le garde vous montre une clé, qu'il va placer sous une des cases (on peut dire que sous chaque case il y a un compartiment secret). Votre but va être de communiquer à votre ami où se trouve la clé. Cependant, la seule chose que le garde vous autorise à faire est de retourner une et une seule des pièces présentes sur l'échiquier. Pas le droit de marquer les pièces d'une quelconque façon, de gratter l'échiquier, ou de faire quoi que ce soit d'autre que de retourner une pièce, sinon c'est la mort pour tous les deux. Ensuite votre ami rentre dans la salle sans que vous n'ayez pu communiquer d'aucune manière, et juste en voyant l'ensemble des pièces sur l'échiquier devant lui, tournées soient sur face soit sur pile, il doit deviner sous quelle case est la clé qui vous permettra d'atteindre la liberté. Aussi impressionnant que cela puisse paraître, il est possible de trouver une stratégie gagnante pour un échiquier à n cases, mais seulement si n est une puissance de deux. J'ai donc voulu passer une séance à démontrer que si n n'est pas une puissance de deux, alors il ne peut pas exister de stratégie, et un garde malicieux pourra forcément nous piéger. Cette démonstration demande un gros changement de perspective en montrant que cela revient à colorier les sommets d'un cube n-dimensionnel, donc cela est assez abstrait mais très élégant [8]. Malheureusement cette séance était un peu trop ambitieuse, et la rigueur de la démonstration s'en est trouvée minée. En revanche, la dernière séance, consacrée à l'étude d'une stratégie gagnante lorsque n est une puissance de 2, a permis d'explorer le principe du codage de Hamming, et a beaucoup plu [9]. Nous nous sommes donc amusé·e·s à nous mettre dans la situation décrite dans l'énoncé, et nous sommes ressorti·e·s vivant·e·s !

Ces séances étaient vraiment très intéressantes, mes élèves étaient très motivé·e·s et avec toujours plein d'idées, donc il était très agréable de travailler avec elleux. Iels m'ont aussi fait part de leur satisfaction quant à ces séances.

Le format des séances avec les sixièmes et les cinquièmes s'éloignait légérement du format précédents : plutôt que de ne traiter qu'un unique problème par séance, nous nous sommes concentrer sur plusieurs énigmes type concours Kangourou à la fois. Je leur ai aussi proposé une "enquête de Sherlock Holmes mathématique" [10] qui leur a énormément plus : un assassinat a eu lieu dans une maison, dont on connaît les plans ; Sherlock Holmes arrive et va essayer de coincer l'assassin dans une pièce. Pour cela, il va fermer les pièces les unes après les autres afin de trouver l'assassin. Concrètement, je jouais Sherlock Holmes, mes élèves jouaient l'assassin. Iels se trouvaient donc dans une pièce que je connaissais au départ, puis commençaient à bouger dans la maison en franchissant un nombre donné de portes. Je fermais donc des pièces où j'étais sûr qu'iels n'étaient pas, puis on recommençait ainsi jusqu'à qu'il ne reste plus qu'une pièce. Si à un moment donné je fermais une pièce dans laquelle iels étaient, iels gagnaient, et si j'arrivais à les coincer dans une dernière pièce, je gagnais. L'astuce reposait sur le fait que le graphe de la maison est bipartite, ainsi je pouvais toujours savoir dans quelles pièces iels ne pouvaient pas être connaissant la parité du nombre de portes qu'iels avaient franchies. Nous avons travaillé plusieurs fois sur cette énigme, à leur demande. J'ai donc passé de très bons moments avec ces élèves, même si nous n'avons pas fait un très grand nombre de choses, du fait qu'il était parfois difficile de les faire se concentrer.

Réaliser ces ateliers m'a énormément plu. Cela m'a permis de mieux apprendre comment présenter des activités pour intéresser les élèves. De plus, cela m'a aussi permis d'apprendre des mathématiques élégantes mais malgré tout présentable à des classes de collège ou lycée.

7 Présentation des classes préparatoires

En dehors de toutes ces activités de transmission des mathématiques, j'ai aussi pu participer à l'orientation des élèves en leur racontant mon parcours, et en leur présentant le concept de classes préparatoires aux grandes écoles. J'ai alors fait plusieurs présentations dans les classes de premières, secondes et troisièmes. Je leur présentais alors le concept de CPGE, les différentes filières qui existent et les différences avec l'université. Malgré le faible nombre de questions posées suite à ces séances, j'ai laissé l'opportunité aux élèves y ayant assisté de me recontacter au besoin, en laissant mon adresse mail.

Je suis ressorti mitigé de ces présentations, je pense que j'ai voulu trop insister sur des petites choses, et trop présenter en détail les différentes filières au lieu de bien mettre en lumière les différences avec l'université. J'aurais dû plus utiliser l'université comme socle de départ, car les élèves sont plus familier·ère·s avec elle, pour expliquer les spécificités des classes préparatoires.

8 Classe verte CE2

Après toutes ces activités qui ont occupé mon emploi du temps jusqu'au milieu du mois de juin, j'ai eu l'opportunité d'accompagner la classe verte des CE2 du LFV. En effet, un des professeurs de ces classes m'a proposer d'accompagner leur classe verte qui aurait lieu du 12 au 16 juin à Serwy, en Mazurie. Les CE2 étaient environ 55 à partir, les professeurs souhaitaient donc avoir un groupe de 6 accompagnateur·rice·s qui s'occuperaient chacun·e·s d'une dizaine d'enfants. J'ai donc décidé de les accompagner, c'était pour moi une expérience nouvelle que j'étais avide d'acquérir.

Nous sommes donc parti·e·s en bus le lundi 12 juin. J'ai alors eu sous ma responsabilité un groupe de 9 CE2. Le déroulé typique d'une classe verte est le suivant :

- 7h30 : Réveil des enfants
- 8h-9h30 : Petit déjeuner puis temps libre
- 9h30-11h : Première activité
- 11h15-12h45 : Deuxième activité
- 13h-14h : Déjeuner puis temps libre
- 14h-15h30 : Troisième activité
- 15h45 : Goûter
- 16h15-17h45 : Quatrième activité
- 18h : Dîner puis temps libre
- 19h30 : Activité du soir rassemblant toustes les CE2
- 21h : Coucher des enfants : vérification qu'iels sont prêt·e·s à aller dormir

Mon rôle consistait à vérifier que tout mon groupe était présent avant un repas ou les activités en groupe de la journée, puis à les emmener à l'activité et assister l'instructeur·rice, principalement pour faire en sorte qu'iels l'écoutent.La plus grosse barrière rencontrée lors de cette classe verte était une barrière linguistique : en effet, une partie des instructeur·rice·s ne parlait ni français ni anglais, ce qui a grandement compliqué les échanges. C'était alors un·e des élèves de CE2 qui faisait la traduction polonais-français. Les activités étaient très variées : il y avait un certain nombre d'activités nautiques sur le lac de Serwy, kayak, canoé, aviron, paddle, mais aussi escalade, accrobranches, tir à l'arc, vélo ou encore construction de nichoirs. Pendant le bus du retour, j'ai pu proposer des énigmes "mathématiques" pour leur faire passer le temps, comme par exemple dessiner une maison sans lever le crayon et sans passer deux fois au même endroit.

Je ne m'attendais pas à ce que la classe verte soit si demandante et si intense. Il était parfois usant de toujours dire réprimander les mêmes enfants. Cependant, la plupart des élèves étaient adorables, et iels m'ont bien fait comprendre qu'iels étaient content·e·s que je sois là.

9 Préparation de la terminale

Pour conclure mon stage, j'ai eu l'opportunité d'aborder un aspect plus classique du métier de professeur : la préparation de cours magistraux en suivant un programme. En effet, pendant mes ateliers de "découverte des mathématiques", certain·e·s élèves de première voulant prendre l'option mathématiques expertes en terminale m'ont demandé s'il serait possible que je leur fasse des cours pour les y préparer. Iels m'ont même dit qu'iels comptaient faire tout le programme de cette option pendant cette fin d'année. Au vu de leur motivation, j'ai donc organisé des séances pour aborder une partie du programme de l'option. Malheureusement, du fait du baccalauréat de français et de mon départ en classe verte, nous n'avons pu organisé que deux séances de trois heures en fin d'année. Ces séances furent l'occasion de m'essayer à des cours plus magistraux et de plus haut niveau, plus proche de ce qui me sera demandé dans le cadre d'une carrière de professeur agrégé. J'ai donc choisi de leur parler des nombres complexes, ce que je pense être le chapitre le plus abstrait parmi le programme de mathématiques expertes. J'ai donc préparé des cours polycopiés recensant les définitions et propriétés à connaître. J'ai eu le temps de leur parler du concept de nombre complexe avec une introduction historique, puis nous avons vu comment définir les nombres complexes actuellement, et voir le point de vue algébrique avec

- Opérations de corps sur les nombres complexes
- Complexe conjugué
- Équations du premier et du second degré avec des nombres complexes.

Puis nous avons eu le temps de voir une petite partie du point de vue géométrique avec le module et l'argument d'un nombre complexe, et forme trigonométrique et exponentielle des nombres complexes.

J'ai donc eu le temps de présenter beaucoup moins de choses que ce que j'avais prévu initialement, mais j'ai pu je pense transmettre de façon claire les éléments que j'ai abordé. J'ai été plutôt à l'aise dans ma présentation, je suis donc très satisfait de ces séances.

10 Conclusion

Ce stage a été l'occasion pour moi d'apprendre de nombreuses facettes du métier de professeur. Au niveau pédagogique tout d'abord, j'ai appris comment présenter les activités pour intéresser les élèves, comment être plus dynamique pour pouvoir contrôler une classe de collège. Ce stage m'a aussi permis à faire le point sur mes connaissances des mathématiques en général, afin d'en sélectionner des éléments pertinents à présenter selon le niveau des élèves.

Ce stage s'est déroulé dans des conditions assez différentes d'un lycée en France néanmoins. Les classes sont beaucoup moins remplies, ce qui facilite les expériences des professeurs, mais il y a pour de nombreux élèves une barrière linguistique qui peut parfois être préjudiciable. Il faut comprendre l'énoncé avant d'espérer pouvoir y répondre. Il est cependant assez insolite de voir les élèves réfléchir dans des langues aussi variées, en polonais ou français bien sûr, mais d'autres discutent en anglais, en hongrois ou en ukrainien.

Ce stage fut donc extrêmement enrichissant, et m'a permis d'essayer de nombreuses expériences : cours en classe entière au collège, ateliers de soutien, ateliers de découverte des mathématiques, accompagnement des projets personnels des élèves avec les olympiades ou les concours des écoles de commerce, présentation des CPGE et de mon parcours, vrais cours magistraux suivant un programme. Ces expériences me renforcent l'idée de devenir professeur de mathématiques plus tard, malgré tout plutôt en classes préparatoires.

Références

[1] Site de l'AEFE, qui explique les objectifs du réseau des lycées français, ainsi que les types d'homologation
https://www.aefe.fr/reseau-scolaire-mondial/les-etablissements-denseignement-francais-en-reseau

[2] Plaquette de présentation du Lycée Français de Varsovie
https://lfv.pl/wp-content/uploads/2021/11/ulotka_liceum_lycee_2021.pdf

[3] Guide du détachement 2020 de l'enseignement à l'étranger
https://www.google.com/url?sa=t&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjYm5TT2-GAAxXsN-wKHTXIBLIQFnoECA0QAw&url=https%3A%2F%2Fwww.education.gouv.fr%2Fmedia%2F66687%2Fdownload&usg=AOvVaw3hv6G2P1y3MzeigbDt8aRw&opi=89978449

[4] Site du LFV qui donne des statistiques de sorties des élèves
https://lfv.pl/fr/scolarite/lycee/

[5] Vidéo de 3Blue1Brown sur le problème de Moser
https://www.youtube.com/watch?v=YtkIWDE36qU&t=15s

[6] Vidéo de 3Blue1Brown sur l'énigme des trois maisons et des trois entreprises
https://www.youtube.com/watch?v=VvCytJvd4H0

[7] Vidéo de Ted Ed sur un paradoxe de probabilité
https://www.youtube.com/watch?v=mmkCS5eA4f8

[8] Vidéo de 3Blue1Brown sur l'impossibilité du problème de l'échiquier si n n'est pas une puissance de 2
https://www.youtube.com/watch?v=wTJI_WuZSwE

[9] Vidéo de Matt Parker et 3Blue1Brown sur la résolution du problème de l'échiquier si n est une puissance de 2
https://www.youtube.com/watch?v=as7Gkm7Y7h4&t=0s

[10] Vidéo de Micmaths sur l'énigme de Sherlock Holmes
https://www.youtube.com/watch?v=_dIhSQgq_vQ&t=45s

Ponts de Königsberg (Annexe 1)

Nous sommes dans les années 1730, les habitants de Königsberg (ancienne Kaliningrad, en Russie) adorent se balader sur leurs îles, reliées par 7 ponts. Un jour ils se posent alors cette question : est-il possible de faire une balade qui passe par tous les 7 ponts une fois, sans passer deux fois par le même pont ?

Voici une carte de Königsberg, avec ses ponts, je vous invite à faire des essais.

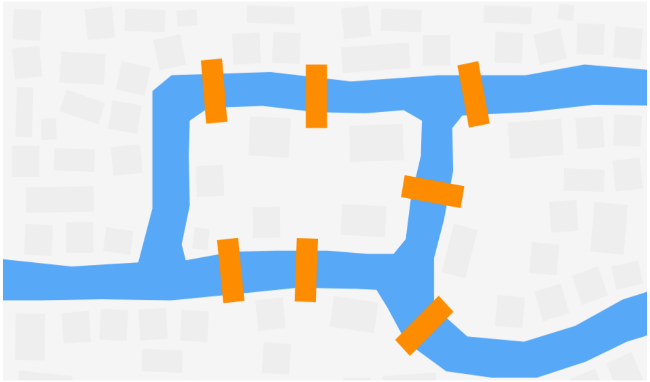


FIGURE 1 – La ville de Königsberg

Voici de même les cartes de plusieurs autres villes avec des ponts et des îles, essayez de voir s'il est possible de trouver une balade qui passe par tous les ponts une seule et unique fois.

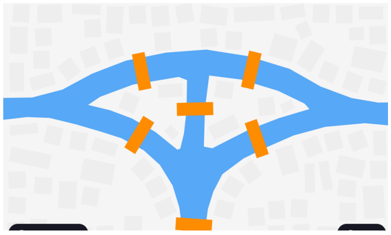


FIGURE 2 – Deuxième ville

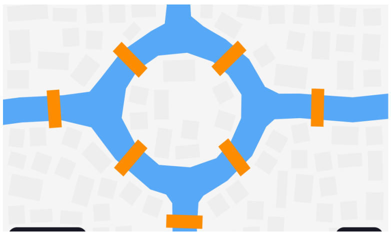


FIGURE 3 – Troisième ville

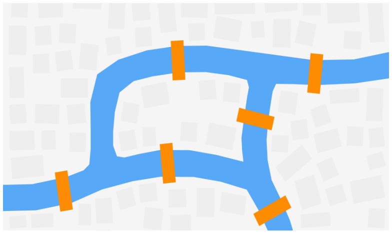


FIGURE 4 – Quatrième ville

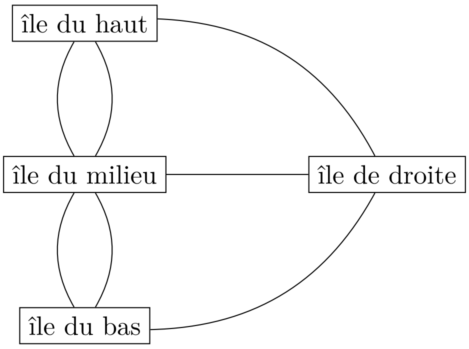
On peut maintenant marquer dans un petit tableau nos résultats, pour quelles villes est-ce que cela paraît possible de faire notre pittoresque balade pleine de ponts ? ?

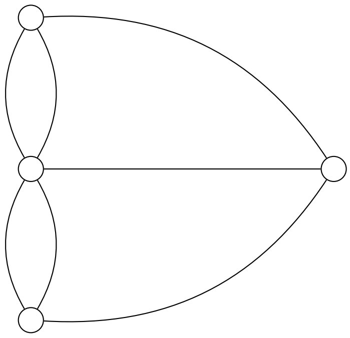
	Königsberg	Deuxième ville	Troisième ville	Quatrième ville
Possible (oui/non) ?				

Et maintenant, nous allons aborder la question que tout le monde se pose, comment expliquer ces différences ?

Tout d'abord, nous allons introduire quelques définitions qui vont nous permettre de reformuler le problème et de le simplifier.

Un graphe est un ensemble de points (appelés sommets) reliés par des arêtes.
Chaque île de la ville va être représentée par un sommet de notre graphe, et les ponts qui relient les différentes îles joueront le rôle des arêtes.
Prenons l'exemple de Königsberg : nous avons quatre îles, donc quatre sommets, que j'appelle île du milieu, île du haut, île du bas, et île de droite. Nous avons deux ponts entre l'île du milieu et l'île du haut, donc il faut dessiner deux arêtes entre ces sommets. Faisons cela pour toutes les îles, et nous obtenons (à gauche avec le nom des îles, à droite avec juste les sommets) :





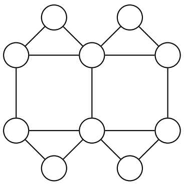
Entraînez vous à transformer les autres îles en graphe de la même façon sur une feuille à part.

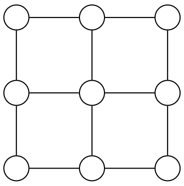
Le problème "trouver une balade passant par tous les ponts une unique fois" devient donc "réussir à tracer toutes les arêtes du graphe sans lever le crayon de la feuille et sans passer deux fois par la même arête" !

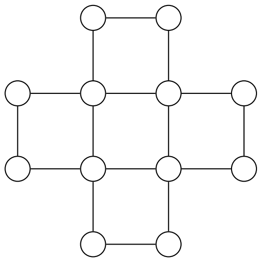
Il nous faut enfin une dernière définition avant de pouvoir discuter des conditions pour résoudre ce problème.

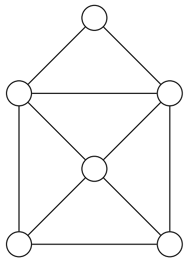
Si on prend un sommet, le nombre d'arêtes qui sont reliées à ce sommet est appelé le degré du sommet. Par exemple le degré de l'île du milieu est 5 car il y a 5 arêtes qui sont reliées à ce sommet. Selon le même raisonnement le degré de l'île du haut vaut 3, comme celui de l'île du bas et de l'île de droite.

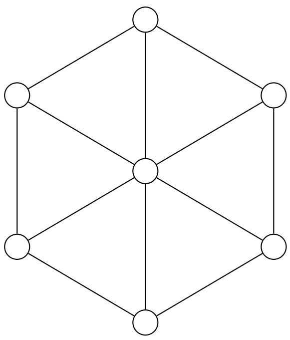
Vous pouvez indiquer les degrés des trois autres graphes déjà dessinés sur votre feuille. Est-ce que vous remarquez quelque chose ? Si oui, essayez de démontrer cette propriété, sinon vous pouvez vous entraîner sur les graphes suivants, en testant si vous pouvez les dessiner sur votre feuille sans lever le crayon et sans passer deux fois par la même arête, et en indiquant le degré de chaque sommet.

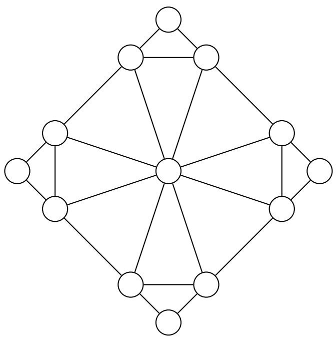












Jeu d'échec impossible (Annexe 2)

Contexte du problème : Vous êtes en prison avec un ami. Le garde, sympathique, vous propose une énigme pour vous permettre de vous libérer. Vous rentrez dans une salle pendant que votre ami attend de l'autre côté. Dans cette salle il y a un échiquier classique 8×8. Sur chaque case de l'échiquier est posé une pièce de monnaie. Le garde a pu mettre les pièces sur pile ou sur face comme il a voulu.

Ensuite le garde vous montre une clé, qu'il va placer sous une des cases (on peut dire que sous chaque case il y a un compartiment secret). Votre but va être de communiquer à votre ami où se trouve la clé. Cependant, la seule chose que le garde vous autorise à faire est de retourner une et une seule des pièces présentes sur l'échiquier. Pas le droit de marquer les pièces d'une quelconque façon, de gratter l'échiquier, ou de faire quoi que ce soit d'autre que de retourner une pièce, sinon c'est la mort pour tous les deux.

Ensuite votre ami rentre dans la salle sans que vous n'ayez pu communiquer d'aucune manière, et juste en voyant l'ensemble des pièces sur l'échiquier devant lui, tournées soient sur face soit sur pile, il doit deviner sous quelle case est la clé qui vous permettra d'atteindre la liberté.

Premières remarques et objectif de la séance : Ça paraît complètement délirant de pouvoir faire cela... Une première chose qu'on peut faire en voyant cela serait de se demander ce qu'il se passe si on modifie la configuration du problème un tout petit peu. Est-ce que si on passait sur un échiquier 6×6, ou si on enlevait une seule case de notre échiquier cela serait possible ? Intuitivement, on pourrait se dire que cela serait plus simple, il y a moins de cases, donc on a plus de chances d'y arriver.

L'objectif de cette séance va justement être de montrer pour quelles tailles d'échiquier une stratégie est peut-être possible (sans trouver pour l'instant si une telle stratégie existe effectivement). Autrement dit, nous allons montrer pour quelles tailles d'échiquiers nous serions voués à perdre.

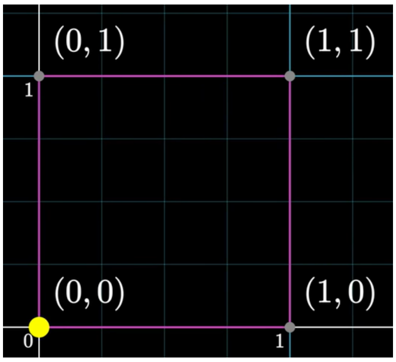
Échiquier avec deux cases : Quand nous arrivons sur un problème aussi dur que celui là (64 cases, c'est beaucoup trop), il est toujours très utile de regarder ce qu'il se passe sur des cas beaucoup plus simples. Commençons par un échiquier avec uniquement deux cases, donc deux pièces et deux endroits où peut se trouver la clé. Il y a quatre configurations possibles de notre échiquier : Pile Pile, Pile Face, Face Pile, et Face Face

Comme vous m'avez dit la dernière fois, une solution dans ce cas-là serait de laisser la deuxième pièce donner l'information de où se trouve la clé. Si c'est pile, la clé se trouve sous la seconde case, si c'est face, la clé se trouve sous la première case. Quand vous arrivez devant l'échiquier, soit vous avez besoin de changer cette deuxième pièce, soit la deuxième pièce donne déjà la bonne information, et vous pouvez retourner la première pièce sans que cela soit un problème.

Changement de perspective : On va maintenant représenter cette solution sous une autre forme, qui sera plus simple à mettre en place pour des échiquiers plus grands. Maintenant, plutôt que de parler de pile et face, nous allons parler de 1 et de 0. On remplace les piles par des 1 et les faces par des 0, cela sera plus simple pour faire des maths avec.

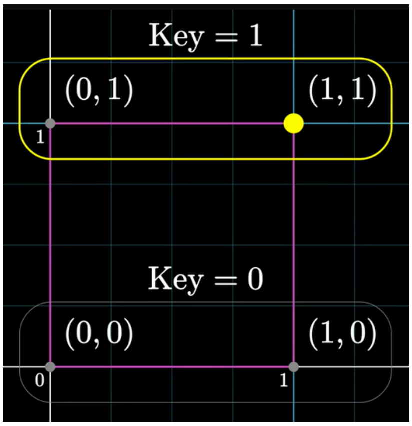
Maintenant, nous pouvons alors représenter les quatre possibilités 1 1, 1 0, 0 1, 0 0 comme des points sur un carré de côté une unité dans un repère.

Le truc formidable qui se passe alors maintenant, c'est que cela montre visuellement très bien ce qu'il se passe. Quand on rentre dans la salle, l'échiquier est dans une certaine configuration, ce qui veut dire que nous sommes dans un des quatre coins de ce cube, et retourner une pièce va se traduire par marcher le long d'une des arêtes du cube pour aller sur un sommet adjacent.



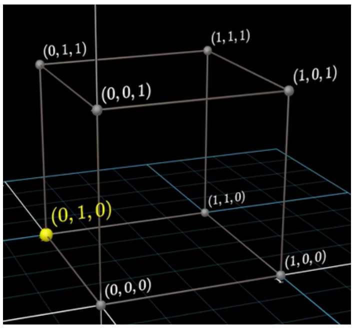
Plus impressionnant, la stratégie adoptée de laisser la deuxième pièce donner l'information de où se trouve la clé peut aussi se représenter visuellement : on découpe notre cube en deux régions ; on associe les deux sommets du haut ensemble, ceux dont la deuxième coordonnée est 1, et on associe les deux sommets du bas ensemble, ceux dont la deuxième coordonnée est 0.

Maintenant réfléchissons à ce que cela veut dire qu'une solution marche. Peu importe où on commence sur le carré, si le gardien nous force à nous déplacer le long d'une arête du cube, on peut toujours atterrir dans la région que l'on veut.



Échiquier à trois cases : Maintenant que le cas d'un échiquier à deux cases est résolu, et que nous sommes armés d'une intuition géométrique de ce qu'il se passe, attaquons-nous au cas d'un échiquier à trois cases.

Si nous suivons les mêmes idées, nous avons cette fois 3 coordonnées pour représenter les huit différentes configurations de notre échiquier. Ce qui fait que chaque configuration possible des trois pièces peut se représenter comme les huit sommets d'un cube.



Que veut alors dire "trouver une stratégie" dans ce cas de figure ?

L'idée va être alors de pouvoir découper les sommets du cube en trois régions de sorte que en partant de n'importe quel sommet, on puisse atterrir dans la région que l'on veut. Avec des couleurs ça se verra mieux : on a 3 couleurs (disons rouge vert et bleu) chaque sommet a 3 voisins, et il faut réussir à faire en sorte que pour n'importe quel sommet, les trois voisins soient des trois couleurs différentes. Une sorte de variante tridimensionnelle du sudoku en quelque sorte.

À votre avis, combien va-t-il y avoir de sommets rouges ?

Échiquier à n cases : Nous avons maintenant toutes les armes pour nous attaquer au cas général : un échiquier à n cases.

Comment cela se traduit géométriquement ? Combien y a-t-il de configurations différentes de notre échiquier ? Combien chaque sommet aura-t-il de voisin ? Comment se traduit une stratégie géométriquement ? Que peut-on en déduire sur le nombre de sommets de chaque couleur ? Que doit alors valoir n pour qu'une stratégie puisse exister ?

Échiquier à 4 cases : une sorte de sudoku

Essayez de trouver une stratégie s'il y a quatre 4 cases sur l'échiquier.