

TP - Sous-échantillonnage

1. Sous-échantillonnage naïf

a) Charger l'image contenue dans le fichier *image.png*, disponible à l'adresse http://www.di.ens.fr/~waldspur/tds/14_15_s2/image.png. La stocker dans une variable `im`, sous la forme d'un tableau de 0 et de 1.

Pour charger l'image, utiliser les instructions suivantes : `im = imread('image.png');` ; `im = sum(im,3); im = im/max(im(:));`

Normalement, le tableau `im` est de taille 178×336 .

b) Définir une image sous-échantillonnée `im_sub`, de taille 89×168 par :

$$\text{im_sub}[m, n] = \text{im}[2m, 2n] \quad (\forall m = 0, \dots, 88 \text{ et } n = 0, \dots, 167)$$

Attention, en Octave/Matlab, les tableaux sont indexés à partir de 1. Le réel `im[0,0]` est donc stocké dans la case `[1,1]` du tableau correspondant.

c) Enregistrer `im_sub` dans un fichier.

La commande `imwrite(im_sub, 'im_sub.png')` enregistre l'image représentée par `im_sub` dans le fichier `im_sub.png`.

d) Soustraire à `im` sa moyenne et calculer la transformée de Fourier du résultat. Afficher à l'écran le module de cette transformée.

La fonction `fft2` permet de calculer la transformée de Fourier bidimensionnelle. Pour afficher une image stockée dans un tableau `tab`, utiliser `figure(1); imagesc(tab); colorbar;`

Vous pouvez appliquer la fonction `fftshift` à la transformée de Fourier avant de l'afficher, de façon à ce que la fréquence $(0, 0)$ soit affichée au centre de l'image et non en haut à gauche.

e) À cause de quel phénomène vu en cours le résultat de la question 1.c) est-il inesthétique ?

Dans la suite du TP, on va améliorer le rendu de l'image sous-échantillonnée en appliquant un filtre à `im` avant de la sous-échantillonner.

2. Flou local avant sous-échantillonnage

a) Calculer les signaux `im_blur_x` et `im_blur` définis par :

$$\begin{aligned} \text{im_blur_x}[m, n] &= \frac{1}{4}\text{im}[m-1, n] + \frac{1}{2}\text{im}[m, n] + \frac{1}{4}\text{im}[m+1, n] \\ \text{im_blur}[m, n] &= \frac{1}{4}\text{im_blur_x}[m, n-1] + \frac{1}{2}\text{im_blur_x}[m, n] + \frac{1}{4}\text{im_blur_x}[m, n+1] \end{aligned}$$

Ici, les indices sont considérés modulo 178 selon les lignes et modulo 336 selon les colonnes.

b) Définir `im_blur_sub`, la version sous-échantillonnée de `im_blur`, et l'enregistrer dans un fichier.

3. Troncature en fréquence

a) Soit h le filtre de taille 178×336 dont la transformée de Fourier bidimensionnelle vaut :

$$\hat{h}[k, l] = 1 \text{ si } k \in \{-44, \dots, 44\} \text{ et } l \in \{-83, \dots, 83\} \\ = 0 \text{ sinon}$$

À nouveau, les indices sont considérés modulo 178 et modulo 336.

Calculer la convolution circulaire $\mathbf{im} \star h$:

$$\mathbf{im} \star h[m, n] = \sum_{k, l} \mathbf{im}[k, l] h[m - k, n - l]$$

La transformée de Fourier inverse peut se calculer à l'aide de la fonction `ifft2`.

b) Normalement, $\mathbf{im} \star h$ est un signal réel. En raison des erreurs numériques, il se peut néanmoins que la partie imaginaire du signal calculé par Octave/Matlab ne soit pas strictement nulle.

Vérifier que la partie imaginaire est bien négligeable par rapport à la partie réelle. Projeter le signal sur l'ensemble des signaux réels.

c) Définir `im_trunc_sub`, la version sous-échantillonnée de $\mathbf{im} \star h$ et l'enregistrer dans un fichier.

d) Normalement, l'image que vous venez d'obtenir est facilement lisible mais présente des bavures. À quoi est-ce dû ?

Pouvez-vous refaire les questions 6 à 8 en utilisant à la place de h un filtre h_2 de même support mais donnant un résultat plus agréable visuellement ? Enregistrer à nouveau le résultat.

Envoyer le code, ainsi que les réponses aux questions 1.e) et 3.d), à `waldspur@di.ens.fr`, le mardi 24 mars au plus tard.