Transmissions mimetiques

Manon Costa et Hélène Leman

Encadrant : François Taddei

Table des matières

1 Introduction **3**
1.1 Qu'est-ce qu'un meme ? 3
1.2 Les facteurs d'évolution du nombre de memes dans la population 4
1.3 Interrogations initiales 4

2 Mise en place du modèle **5**
2.1 Pour un meme 5
2.1.1 Application numérique 6
2.1.2 Comportement de la solution en fonction des paramètres 7
2.2 Pour deux memes 8
2.2.1 Modèle de base 8
2.2.2 Méthode de Runge-Kutta 9
2.3 Pour M memes 10

3 Prise en compte de la fitness **11**
3.1 Relation fitness-taux de mortalité 11
3.2 Mise en équation 12

4 Résultats **12**
4.1 Rôle de la complexité 12
4.1.1 Pour un meme 12
4.1.2 Pour deux memes 13
4.2 Rôle de la fitness 15
4.2.1 Pour un meme 15
4.2.2 Pour deux memes 16
4.3 Interdépendances 17
4.3.1 f_1 et f_2 sont positifs 18
4.3.2 f_1 et f_2 sont négatifs 18
4.3.3 Un meme simple et bénéfique, l'autre complexe et néfaste 19
4.3.4 Un meme simple mais néfaste, l'autre complexe mais bénéfique 20
4.4 Modification de la dépendance taux de mortalité-fitness 21
4.5 Intervention de l'individu 22

5 Conclusions **24**

1 Introduction

1.1 Qu'est-ce qu'un meme ?

Dans une population, les connaissances se transmettent entre les individus, les générations ; par différents mécanismes : imitation, enseignement...

Une des questions qui se pose est : Comment quantifier les connaissances transmises ?

Les biologistes utilisent pour cela la notion de meme, mot qui dérive de « mimema », signifiant en grec « quelque chose qu'on peut imiter ». Un meme est une quantité d'information que possède un individu et qu'il peut transmettre à d'autres individus. Il peut s'agir de connaissances qui ont plus ou moins de conséquences sur la vie humaine (par exemple apprendre l'air d'une chanson ou devenir croyant) ; ou bien de notions concrètes ou abstraites (comme apprendre à se servir d'un couteau ou connaître le principe de la démocratie).

Cette information peut-être culturelle ou biologique.
On appelle « culturel » un trait qui possède un procédé de transmission non génétique. Il peut alors être obtenu par imitation ou à la suite d'une observation, d'un procédé de conditionnement ou encore par un apprentissage direct. Il est difficile de totalement séparer les concepts de culturel et biologique, surtout quand il s'agit de transmission. En effet, prenons l'exemple suivant : tous les chiens battent de la queue pour exprimer leur émotion, on peut donc penser qu'il s 'agit d'un trait biologique puisqu'il est retrouvé dans toutes les races de chiens. Cependant, selon les races, il a été découvert que ce battement n'exprime pas les mêmes émotions, on pourrait alors parler de culturel.

L'acquisition d'un meme dépend à la fois de l'individu et du meme lui-même. Les individus sont caractérisés par la taille de leur mémoire, ainsi que par leur capacité à apprendre.

Les memes, eux, peuvent être durs ou faciles à apprendre, et ensuite, ils peuvent s'avérer bons ou néfastes pour les individus. On parle alors de fitness en biologie (on peut aussi dire "adéquation" en français). La fitness d'un trait biologique dans un environnement donné est mesurée par le nombre de descendants qui atteignent la maturité produit par un individu ayant ce trait biologique relativement à un individu qui ne le porte pas. Si le trait à une fitness positive, les organismes le possédant vont être représentés de façon plus importante à la génération suivante, et inversement. On peut alors développer une notion similaire de fitness pour un meme. Par exemple, apprendre aux enfants à traverser une rue peut leur éviter de se faire écraser ; envoyer ses enfants à l'école leur permettra d'obtenir un travail plus facilement et donc d'avoir une situation sociale plus confortable pour qu'ils aient eux même des enfants, envoyer ses enfants à l'école ce serait donc s'assurer une descendance...

1.2 Les facteurs d'évolution du nombre de memes dans la population

Le paragraphe suivant décrit les principaux modes de transmission des memes :

- Il existe tout d'abord la transmission verticale : c'est la transmission des générations précédentes aux générations suivantes. On peut penser aux parents biologiques qui transmettent à leurs enfants (surtout dans leurs premières années de vie), d'autres membres de la famille peuvent aussi être responsables de cette transmission de savoir comme les grands-parents ou les oncles et tantes... Les générations déjà disparues peuvent intervenir avec un lien indirect tel que l'écriture, l'enregistrement de vidéos. Une part importante de la transmission est aussi dû, dans nos sociétés actuelles, à la relation élèves-enseignants.
- Le deuxième mode de transmission est la transmission horizontale : c'est à dire le transfert d'informations au sein d'une même génération grâce aux regroupement de personnes dans divers circonstances. On peut aussi penser à l'apport par Internet, gigantesque source d'échanges de connaissances.

Enfin, un individu a toujours la possibilité d'inventer lui-même un meme et la probabilité d'oublier un meme.

1.3 Interrogations initiales

On peut alors se poser plusieurs questions :

Comment se diffuse un meme au sein d'une population ? Et comment modéliser cette diffusion de façon cohérente ?
Quels paramètres doit-on prendre en compte, et quelle importance leur donner ?
Comment la fitness et la complexité d'un meme influent sur cette diffusion ?
Quels facteurs font qu'un meme disparaitra d'une population ou s'y maintiendra ?
Comment réagit la population en cas de compétition entre deux memes ?

2 Mise en place du modèle

Nous avons choisi de travailler dans une population de taille constante, possédant un nombre fixe de connaissances.

On considère que les individus peuvent à chaque génération apprendre un (et un seul) meme, ou oublier l'un des meme qu'ils connaissent. Les individus ne savent rien à la naissance.

La population a une taille N et est caractérisée par plusieurs paramètres :
- le taux de mortalité égal au taux de natalité τ,
- la taille de la mémoire (cerebrale capacity) c qui correspond au nombre de connaissance maximal que peut posséder une personne,
- la capacité d'apprendre (learning ability) a qui correspond au degré de facilité avec lequel un individu apprend.

Ces paramètres sont communs à tous les individus.

Chaque individu possède une *fitness* qui représente son taux d'adaptation à l'environnement.

Chaque meme présent dans la population possède un degré de difficulté π selon qu'il est dur ou facile à apprendre. Ensuite, un meme peut être néfaste ou bénéfique pour l'individu qui le connait, donc il modifie la fitness de l'individu.

A chaque génération, un individu peut
- oublier un meme qu'il connait à un taux δ
- apprendre un meme qu'il ne connait pas à un taux

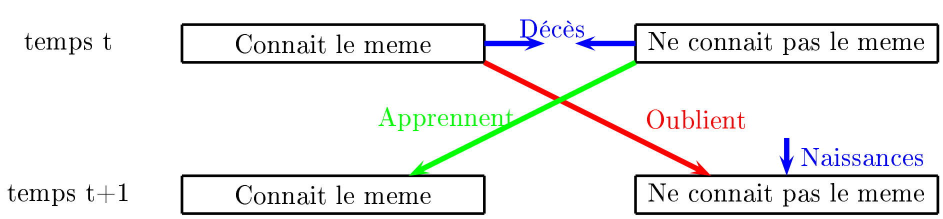
$$\frac{\nu a}{\pi} exp(-\beta \frac{n}{c}) M$$

  où n est le nombre de meme connus par l'individu, M le nombre d'individu connaissant ce meme, ν et β sont des constantes de normalisation strictement positives ($\beta = 1$ dans toute la suite).

2.1 Pour un meme

Nous commençons par un exemple un peu simpliste. On considère une population de taille $N = 100$ qui ne possède qu'une unique connaissance.

On a alors le schéma suivant :



Les flèches représentent les possibilités pour un individu de changer de catégorie, c'est-à-dire d'apprendre ou d'oublier un meme. On obtient alors avec les notations introduites plus haut, l'équation d'évolution du nombre de personnes connaissant le meme au temps t, $A(t)$:

$$A(t+1) = A(t)(1-\delta-\tau) + (N - A(t))\frac{\nu a}{\pi}A(t)$$

2.1.1 Application numérique

Pour les applications numériques, on prend une population de $N = 100$ individus, avec un taux de mortalité de $\tau = 0.012$ (ce qui est proche d'une moyenne entre taux de natalité et taux de mortalité actuels en France).On utilise les données numériques de l'article [1]

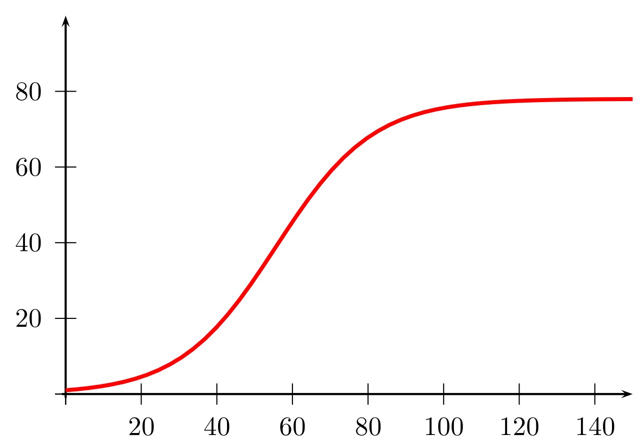
- $\pi = 0.1$,
- $\delta = 0.01$
- $a = 0.01$

Pour que l'on aie toujours une probabilité, il faut $\nu < \frac{\pi}{aN}$. On prendra alors $\nu = 0.01$.

La solution de l'équation différentielle $y'(t) = -(\delta+\tau)y(t)+(N-y(t))\frac{\nu a}{\pi}y(t)$ est alors

$$\frac{78}{1+77exp(-\frac{39\,t}{500})}$$

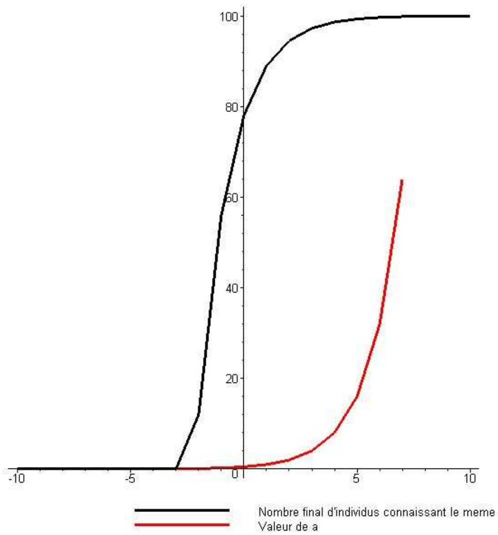
Tracé en fonction du temps, on obtient :



On remarque que toute la population ne connait pas le meme.

2.1.2 Comportement de la solution en fonction des paramètres

Ceci est du à la différence entre δ : la probabilité d'oublier et $\frac{\nu a}{\pi}$ la probabilité d'apprendre le meme. Nous avons donc étudié l'évolution du nombre final d'individus connaissant le meme, en fonction du ratio entre *delta* et a.
Nous avons choisit de fixer $delta = 0.01$ et de faire varier la valeur de a.



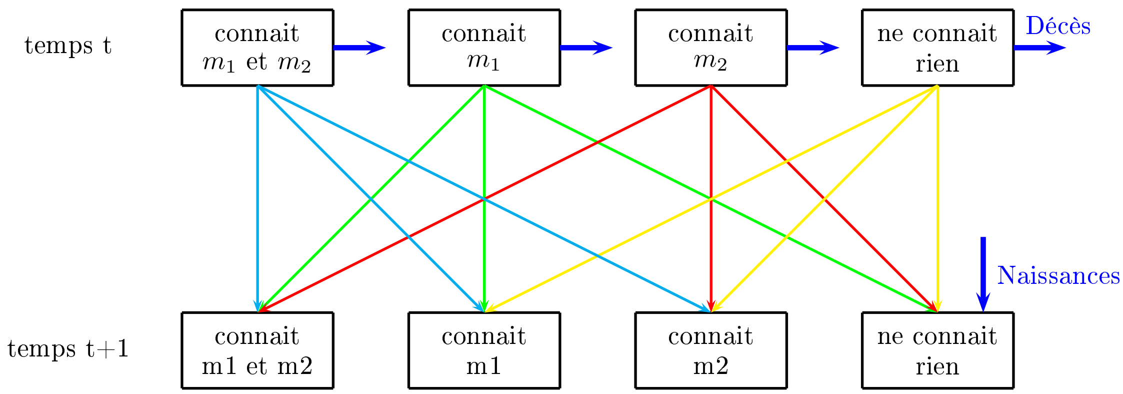
On obtient alors que lorsque la population oublie mieux qu'elle n'apprend, peu de personnes connaissent le meme, et qu'à l'inverse quand elle apprend mieux qu'elle n'oublie, et bien le meme s'installe dans la population. Ces résultats sont logiques.

Dans la suite nous prendrons $\delta = a = 0.01$ ce qui correspond à ce que plus de 80 pour-cent de la population apprend le meme.

2.2 Pour deux memes

2.2.1 Modèle de base

On s'intéresse maintenant au cas où les individus peuvent apprendre ou oublier deux memes. On notera ces deux memes m_1 et m_2. On obtient, pour deux memes, le schéma suivant :



Les flèches sur le schéma indiquent comment les individus peuvent évoluer. On décide, par exemple dans ce modèle, qu'un individu ne peut à chaque temps apprendre au maximum un seul meme et oublier aussi au maximum un seul meme. On obtient une série de premiers résultats dans les conditions suivantes :

- Tous les individus ont le même taux de mortalité ; on ne fait donc pas intervenir la fitness du meme dans un premier temps.
- Tous les individus ont la même capacité d'apprendre (a) et la même taille de mémoire (c) ; en fait, on décide de confondre chaque individu avec un "individu moyen", qui a une capacité moyenne d'apprentissage et une taille de mémoire moyenne.
- Par contre, on suppose que la probabilité d'oublier m_1 est δ_1 différente de celle d'oublier m_2 qui est δ_2.
- De même, les deux memes ont des complexités différentes : π_1 et π_2.

Pour ce modèle, on note :
- A(t) le nombre d'individus connaissant m_1 et m_2 à l'instant t,
- B(t) le nombre d'individus connaissant seulement m_1 à l'instant t,
- C(t) le nombre d'individus connaissant seulement m_2 à l'instant t,
- D(t) le nombre d'individus ne connaissant rien à l'instant t.

Dans un modèle où le temps est continu, on obtient les équations suivantes :

$$\frac{dA(t)}{dt} = -A(t)(\delta_1+\delta_2+\tau)+B(t)\frac{\eta\, a}{\pi_2}(C(t)+A(t))\exp(\frac{-\beta}{c})+C(t)\frac{\eta\, a}{\pi_1}(B(t)+A(t))\exp(\frac{-\beta}{c})$$

$$\frac{dB(t)}{dt} = A(t)\delta_1 - B(t)[\,\delta_1 + \tau + \frac{\eta\, a}{\pi_2}(C(t) + A(t))\exp(\frac{-\beta}{c})\,] + D(t)\frac{\eta\, a}{\pi_1}(B(t) + A(t))$$

$$\frac{dC(t)}{dt} = A(t)\delta_2 - C(t)[\,\delta_2 + \tau + \frac{\eta\, a}{\pi_1}(B(t) + A(t))\exp(\frac{-\beta}{c})\,] + D(t)\frac{\eta\, a}{\pi_2}(C(t) + A(t))$$

$$\frac{dD(t)}{dt} = B(t)\delta_1 + C(t)\delta_2 - D(t)[\,\tau + \frac{\eta\, a}{\pi_1}(B(t) + A(t)) + \frac{\eta\, a}{\pi_2}(C(t) + A(t))\,] + N\,\tau$$

On remarque que la population totale est constante puisque les taux de natalité et de mortalité sont identiques. Donc ce système d'équations se simplifie en un système d'équations non linéaires d'ordre 1 de dimension 3. On résout ce système grâce à la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

2.2.2 Méthode de Runge-Kutta

C'est une méthode de résolution numérique pour les équations différentielles non linéaires. Soit une équation différentielle du type :

$$X'(t) = f(t, X)$$

Si f est de classe C^1, le théorème de Cauchy-Lipschitz global assure l'existence et l'unicité d'une solution maximale définie sur un intervalle I, pour une condition initiale donnée.

Soit une condition initiale (t_0, X_0), un pas h donné, on calcule (t_n, X_n) de proche en proche :

$$t_{n+1} = t_n + h$$
$$X_{n+1} = X_n + h\,K_n$$

où K_n est une approximation de la pente de $t \to X(t)$ sur $[t_n, t_{n+1}]$.

La méthode de Runge-Kutta calcule quatre approximations de cette pente et effectue une moyenne pondérée de ces approximations.

- k_1 est la pente au début de l'intervalle :

$$k_1 = f(t_n, X_n)$$

- k_2 est la pente au milieu de l'intervalle en approximant le point $X(t_n + \frac{h}{2})$ par la méthode d'Euler, en considérant que la pente est k_1 :

$$k_2 = f(t_n + \frac{h}{2}, X_n + \frac{h}{2}\,k_1)$$

- k_3 est la pente au milieu de l'intervalle en approximant le point $X(t_n + \frac{h}{2})$ par la méthode d'Euler, avec la pente k_2 cette fois :

$$k_3 = f(t_n + \frac{h}{2}, X_n + \frac{h}{2}\, k_2)$$

- k_4 est la pente à la fin de l'intervalle en approximant le point $X(t_n)$ par la méthode d'Euler avec la pente k_3 :

$$k_4 = f(t_n + h, X_n + h\, k_3)$$

On donne un poids deux fois plus important aux approximations réalisées au milieu de l'intervalle, d'où la moyenne pondérée :

$$K_n = \tfrac{1}{6}\,(k_1 + 2\,k_2 + 2\,k_3 + k_4)$$

Cette méthode est dite d'ordre 4 car l'erreur entre la pente réelle et la pente approchée est d'ordre 4.
Concrètement, on fait un développement limité de :

$$\frac{X(t_0 + h) - X(t_0)}{h} - \phi(X_0, t_0, h)$$

où $t \to X(t)$ est la solution exacte de l'équation différentielle, avec comme condition initiale $X(t_0) = X_0$ et $\phi(X_0, t_0, h)$ est en fait égale à la première approximation, c'est à dire égale à X_1 en partant de la condition initiale (t_0, X_0) et avec un pas h.

2.3 Pour M memes

Nous nous intéressons maintenant à une population qui possède M memes différents. Pour modéliser cela, nous considérons des matrices de tailles NxM où chaque coefficient $a_{i,j}(t)$ représente la probabilité qu'a un individu i de connaitre un meme j au temps t. On obtient ainsi ses coefficients par récurrence sur le temps :

$$a_{i,j}(t+1) = a_{i,j}(t)(1-\delta) + (1 - a_{i,j}(t))\frac{\nu a}{\pi_j} exp(\frac{-L_i(t)}{c})$$

avec
- $L_i(t) = \sum_{k=1}^{M}(a_{i,k}(t))$ représente le nombre probable de memes connus par l'individu i à l'instant t,
- $C_j(t) = \sum_{k=1}^{N}(a_{k,j}(t))$ représente le nombre probable d'individus connaissant le meme j au temps t,
- π_j est la complexité du meme j.

Les résultats obtenus avec cette méthode pour un meme et deux memes, sont similaires aux résultats obtenus avec les autres méthodes. Pour des valeurs de M plus grandes, on obtient des résultats tout à fait intuitifs. Par exemple, augmenter la complexité d'un meme fait qu'il est appris moins vite et par moins de personnes, et plus on augmente la capacité d'un individu, plus il apprend le meme.

3 Prise en compte de la fitness

On rappelle que la fitness (ou valeur sélective) est une mesure de la capacité d'un certain phénotype à se reproduire. Si un génotype possède une meilleure fitness, alors sa proportion dans la population aura tendance à augmenter. On peut définir de façon similaire la fitness d'un individu, comme étant celle de son génotype ou phénotype. Bien entendu, la connaissance d'un meme va affecter la fitness d'un individu. Nous avons cherché à savoir en quoi la prise en compte de la fitness d'un meme allait influer sur sa transmission dans une population. Et en particulier est-ce qu'un meme facile à apprendre mais néfaste se répandra au profit d'un meme plus compliqué mais bénéfique ?

3.1 Relation fitness-taux de mortalité

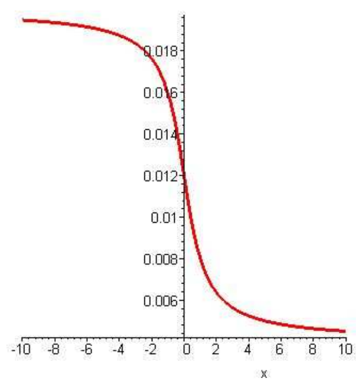
La fitness influe sur la capacité à se reproduire. Nous avons considéré son impact sur le taux de mortalité, en considérant que si le taux de mortalité d'une population augmente, elle est moins apte à se reproduire et que s'il diminue, elle pourra se reproduire plus facilement. Ainsi nous avons cherché à modéliser le taux de mortalité comme fonction décroissante de la fitness.

Pour nous, la fitness est une variable à valeur réelles qui est négative lorsque le meme est néfaste et positive lorsqu'il est bénéfique. Si un individu connait deux memes de fitness f_1 et f_2, alors ceci est équivalent au fait qu'un individu connaisse un meme de fitness $f_1 + f_2$. Mais les effets ne s'additionnent pas : on ne peut pas prendre une fonction linéaire de la fitness.

Pour obtenir les valeurs maximales et minimales des taux de mortalité, nous avons pris les valeurs actuelles mondiales, soit un taux de mortalité variant entre 2 pour-cent et 4 pour-mille.

Finalement nous obtenons :

$\tau(f) = \frac{-2*0.008}{\pi} arctan(f) + 0.012$



3.2 Mise en équation

On obtient alors les équations suivantes, en reprenant les mêmes notations, c'est à dire que A représente le nombre de personnes connaissant les deux memes, B celles connaissant seulement m_1, C celles connaissant seulement m_2, D celles ne connaissant rien et enfin N la population totale.

$$\frac{dA(t)}{dt} = -A(t)\,(\delta_1+\delta_2+\tau(f_1+f_2)) + B(t)\,(\frac{\nu\,a}{\pi_2})\,\exp(-\frac{1}{c})\,(C(t)+A(t)) + C(t)\,\exp(-\frac{1}{c})\,(\frac{\nu\,a}{\pi_1})\,(B(t)+A(t))$$
$$\frac{dB(t)}{dt} = A(t)\,\delta_2 - B(t)\,(\delta_1+\tau(f_1)) - B(t)\,\exp(-\frac{1}{c})\,(\frac{\nu\,a}{\pi_2})\,(C(t)+A(t)) + (N-A(t)-B(t)-C(t))\,(\frac{\nu\,a}{\pi_1})\,(B(t)+A(t))$$
$$\frac{dC(t)}{dt} = A(t)\,\delta_1 - C(t)\,(\delta_2+\tau(f_2)) - C(t)\,\exp(-\frac{1}{c})\,(\frac{\nu\,a}{\pi_1})\,(B(t)+A(t)) + (N-A(t)-B(t)-C(t))\,(\frac{\nu\,a}{\pi_2})\,(C(t)+A(t))$$
$$\frac{dD(t)}{dt} = B(t)\,\delta_1 + C(t)\,\delta_2 - D(t)\,(\tau_0 + (\frac{\nu\,a}{\pi_1})\,(A(t)+B(t)) + (\frac{\nu\,a}{\pi_2})\,(A(t)+C(t)) + \tau_0\,N(t)$$
$$\frac{dN(t)}{dt} = N(t)\,\tau_0 - A(t)\,\tau(f_1+f_2) - B(t)\,\tau(f_1) - C(t)\,\tau(f_2) - D(t)\,\tau_0$$

On prendra dans la suite $\delta_1 = \delta_2 = \delta$.

4 Résultats

4.1 Rôle de la complexité

4.1.1 Pour un meme

On fait varier la complexité du meme, en gardant les mêmes valeurs pour les autres paramètres. On cherche en fait à déterminer quand, dans des conditions précises, on peut considérer qu'un meme est facile à apprendre ou difficile à apprendre.
On fixe les paramètres comme dans le premier exemple pour un meme ($\delta = 0,01$, $\nu = 0,01$, $a = 0,01$, $\tau = 0,012$). On fait varier la complexité π entre 0,01 et $+\infty$, car on a la condition $\nu < \frac{\pi}{aN}$ à respecter.
On donne alors le tableau suivant :

complexité	population maximale apprenant le meme	temps pour atteindre ce maximum
0,01	97,8	7,7
0,05	89	41,7
0,1	78	93,4
0,2	56	248,3
0,3	34	568,3
0,4	12	1780,8
0,45	1	
0,46	0	
0,5	0	

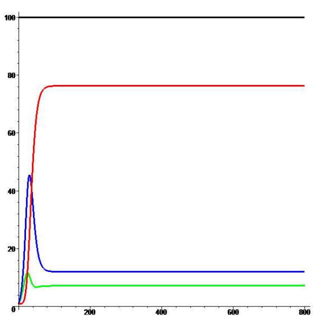
En fait, avec la solution de l'équation qui donne l'évolution du nombre de personnes connaissant le meme, on obtient que, entre 0,01 et 0,45, le nombre de personnes maximales pouvant apprendre le meme est une fonction linéaire de la complexité ($y = -220\,x + 100$).
On tire deux conclusions principales de cette étude. Tout d'abord, au dessus strictement de la valeur $\pi = 0,45$, personne n'est capable d'apprendre le meme et en quelques temps, le meme disparait. On considère donc que le meme est impossible à apprendre, s'il a un complexité supérieure à 0,45.
Ensuite, on cherche à donner une valeur qui différenciera un meme facile à apprendre d'un meme difficile à apprendre. On décide que si moins de la moitié de la population est capable d'apprendre le meme alors il est difficile à apprendre. Avec la fonction linéaire, on trouve alors :

- un meme facile à apprendre a une complexité entre 0,01 et $\dfrac{5}{22}$,
- un meme difficile à apprendre a une complexité entre $\dfrac{5}{22}$ et 0,45.

4.1.2 Pour deux memes

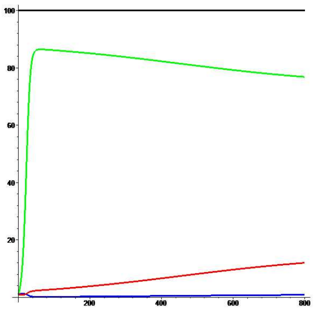
Comme pour un meme, on fait varier les complexités des deux memes. Comme on prend des valeurs de bases similaires au cas d'un meme, on fait l'hypothèse que les résultats concernant meme facile et meme difficile sont les mêmes : un meme facile a une complexité entre 0,01 et 0,22 ; un meme difficile l'a entre 0,22 et 0,45.
On obtient les schémas suivants pour différentes valeurs de π_1 et de π_2. Sur les schémas, on trace, en fonction du temps, l'évolution du nombre de personnes ne connaissant que m_1 en bleu, ceux ne connaissant que m_2 en vert et ceux connaissant les deux en rouge. Le trait noir indique une population constante à 100.

Deux memes simples



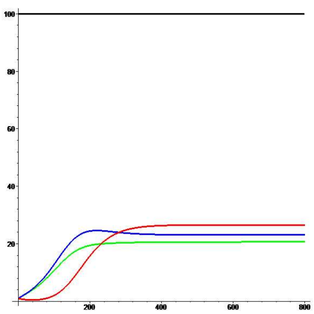
Ici on a $\pi_1 = 0,05$ et $\pi_2 = 0,07$.
Dans ce cas, les deux memes sont faciles à apprendre. Le meme le plus simple est d'abord appris. Puis, finalement une grande majorité de la population connait les deux memes.

Un meme simple et un difficile



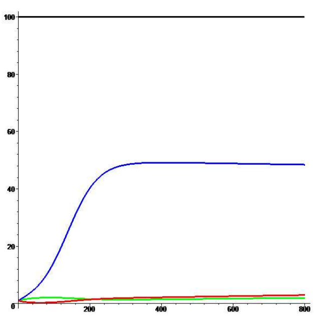
Ici on a $\pi_1 = 0,35$ et $\pi_2 = 0,05$.
Dans ce cas, le meme bleu est difficile à apprendre et l'autre facile. Le meme facile est appris en premier rapidement. Puis, le meme difficile est appris. La courbe bleu n'augmente quasiment pas, car presque toute la population connait le meme facile rapidement et donc l'apprentissage du meme difficile se voit dans la courbe rouge (individus connaissant les deux memes).

Deux memes de difficulté moyenne



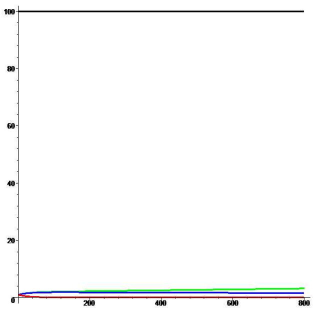
Ici on a $\pi_1 = 0,22$ et $\pi_2 = 0,23$.
Dans ce cas, les deux memes ont une complexité moyennes. A terme, m_1 est connu par une moitié de la population, comme m_2. Mais seul un quart de la population connait les deux, et un quart n'en connait aucun.

Un moyen et un complexe



Ici on a $\pi_1 = 0,22$ et $\pi_2 = 0,04$.
Dans ce cas, m_1 a donc une complexité moyenne tandis que m_2 est très difficile à apprendre. On voit que m_2 n'est donc jamais appris. Et on retrouve les résultats pour un seul meme pour m_1 : la moitié de la population est capable d'apprendre le meme.

Deux très difficiles



Ici on a $\pi_1 = 0,45$ et $\pi_2 = 0,47$.
Dans le cas où les deux memes sont vraiment difficiles à apprendre, rien n'est appris.

Ainsi, ces résultats confirment les hypothèses sur la différence entre les memes faciles ou non à apprendre, également dans le cas où on s'intéresse à deux memes.

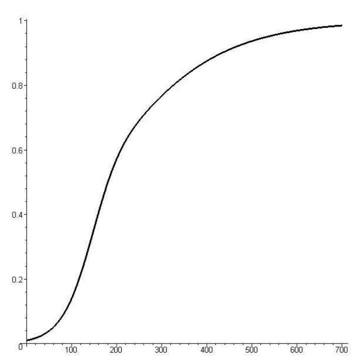
4.2 Rôle de la fitness

Dans cette section, nous allons travailler avec une complexité constante et moyenne soit $\pi = 0,22$.

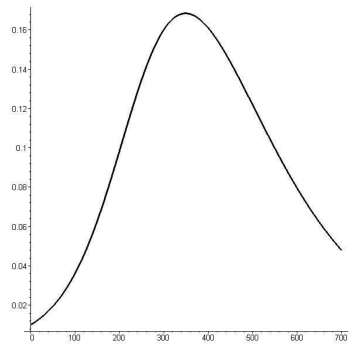
4.2.1 Pour un meme

Pour un meme, les résultats sont ceux auxquels on pouvait s'attendre, c'est à dire

- si la fitness est positive, la population apprend le meme, et donc croit. Le pourcentage de la population connaissant le meme croit, jusqu'à atteindre 1. Comme on le voir ici pour $f = 10$:



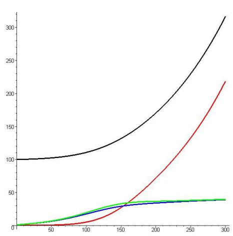
- si la fitness est nulle on la le meme résultat que dans la partie 2.
- si la fitness est négative, la population commence à apprendre le meme, donc elle décroit. Elle réagit donc en apprenant moins le meme comme le montre le graphe suivant qui montre le pourcentage de la population connaissant le meme en fonction des génération pour $f = -10$.



4.2.2 Pour deux memes

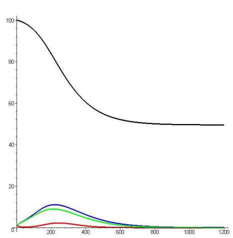
On prend ici aussi deux memes de complexité égale ($\pi_1 = \pi_2 = 0,22$) et on fait varier la fitness.

Si les deux fitness sont positives



Ici on a $f_1 = 2$ et $f_2 = 5$.
Comme la somme des fitness est supérieure à chacune d'entre elles, il est plus avantageux de connaitre les deux memes. Et c'est effectivement ce que l'on observe. Et de fait, la population augmente.
C'est bien le meme le plus avantageux qui est le plus appris.

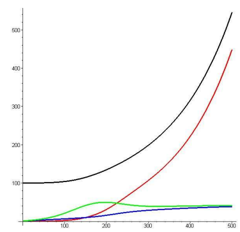
Si les deux fitness sont négatives



Ici on a $f_1 = -2$ et $f_2 = -5$.
On remarque que la population apprend mieux ce qui est moins nocif pour elle. Toutefois, elle arrête d'apprendre lorsque sa taille diminue trop fortement.

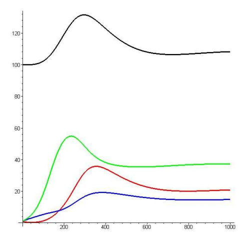
Si on a une fitness positive et une négative

$f_1 + f_2 > 0$



Ici on a $f_1 = -5$ et $f_2 = 10$.
De façon assez contre-intuitive, la population apprend massivement les deux memes. Mais comme savoir les deux reste positif, elle continue dans cette stratégie.

$f_1 + f_2 < 0$



Ici on a $f_1 = -10$ et $f_2 = 5$.
La population apprend d'abord le meme 2 qui est le seul à être bon pour elle. Lorsqu'elle apprend le premier aussi, elle stoppe sa croissance, pour finalement arriver à un équilibre. Dans cet équilibre, le meme le plus appris est le meilleur pour la suivie de la population.

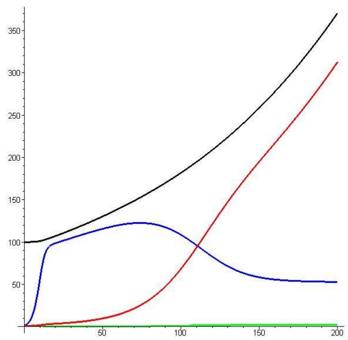
4.3 Interdépendances

Il s'agit maintenant de comprendre ce qui va se produire si on a dans la population un meme néfaste et simple à apprendre et un meme bénéfique et complexe. On garde toujours :
- $a = 0.01$
- $\delta = 0.01$
- $c = 10$
- $\nu = 0.01$.

On considère deux memes m_1 et m_2, le premier étant facile à apprendre ($\pi_1 = 0.05$) et le deuxième plus complexe ($\pi_2 = 0.3$).
Par la suite, nous représenterons dans les graphiques :
- la population en noir,
- les individus qui ne connaissent que le meme m_1 en bleu,
- les individus qui ne connaissent que le meme m_2 en vert,
- les individus qui connaissent les deux memes en rouge.

On a donc quatre cas possibles.

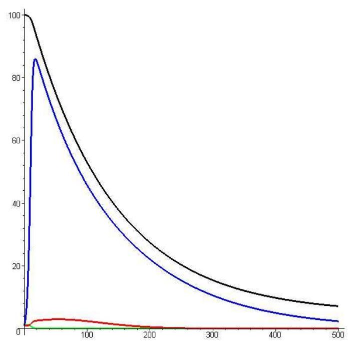
4.3.1 f_1 et f_2 sont positifs



Quelques soit les valeurs respectives de π_1 et π_2, au commencement c'est toujours le meme le plus simple qui est appris en majorité. On remarque qu'au bout de 50 générations, les individus commencent à apprendre les deux meme , ce qui est le plus avantageux sélectivement. On peut comprendre que peu de gens ne connaissent que le meme compliqué, car alors il est simple pour eux d'apprendre l'autre.

Ici on a $f_1 = 4$ et $f_2 = 5$

4.3.2 f_1 et f_2 sont négatifs



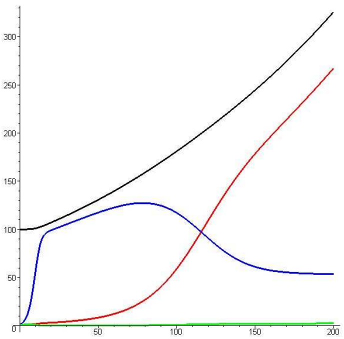
Dans ce cas également, la population n'apprend que le meme le plus simple, mais comme celui-ci est néfaste, elle diminue. Toutefois, elle ne cesse pas d'apprendre ce meme, donc la décroissance perdure jusqu'à ce que la probabilité d'apprendre ce meme soit trop faible. Alors seulement, la population est stabilisée, mais elle ne peut croitre de nouveau car aucun des deux memes n'est bénéfique pour elle.

Ici on a $f_1 = -10$ et $f_2 = -5$

4.3.3 Un meme simple et bénéfique, l'autre complexe et néfaste

Contrairement à ce que l'on pourrait penser, on observe ici deux cas différents suivant que la somme $f_1 + f_2$ soit positive ou négative.

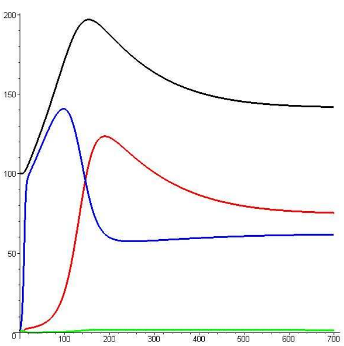
Premier cas : $f_1 + f_2 > 0$



On retrouve une évolution similaire au cas où les deux fitness sont positives. On s'attend à ce que personne n'apprenne le second meme, mais comme connaitre les deux reste positif pour la population, ceci n'est pas pour autant absurde.

Ici on a $f_1 = 5$ et $f_2 = -3$

Deuxième cas : $f_1 + f_2 < 0$



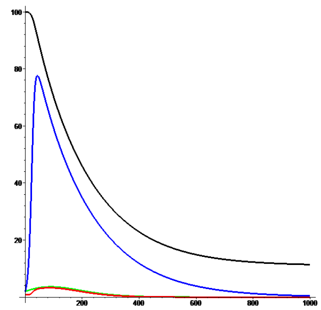
Dans ce cas, la connaissance des deux memes est plus mauvaise que celle du meme m_1, mais plus bénéfique que celle du meme m_2. Le premier meme est d'ailleurs appris le premier, puis certains apprennent le second, ce qui fait chuter la population.
Cette fois, on remarque que la population trouve un équilibre. Beaucoup d'individus connaissent les deux memes, cela est permis car beaucoup connaissent le meme très bénéfique qui va compenser les effets néfastes de ce meme au sein de la population entière.

Ici on a $f_1 = 5$ et $f_2 = -7$

4.3.4 Un meme simple mais néfaste, l'autre complexe mais bénéfique

Dans ce cas, on a plusieurs comportements intéressants.

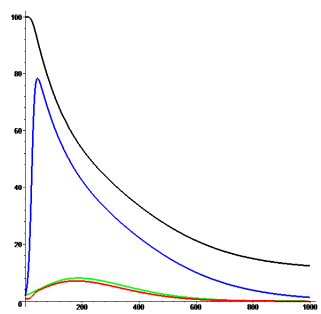
Si leurs effets se contre-balancent



On a pris $f_1 = -2$ et $f_2 = 2$.
La population apprend le meme le plus simple, mais elle meure, car il est néfaste pour elle.

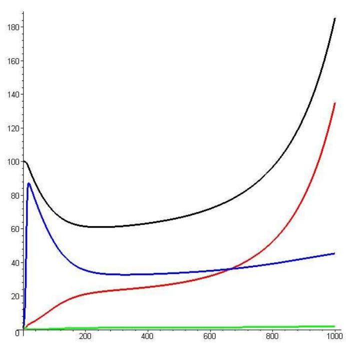
Bien évidemment si le meme simple devient encore plus néfaste on se retrouve dans ce cas.

Si le plus difficile est plus bénéfique



On a pris $f_1 = -2$ et $f_2 = 10$.
La tendance est la même que précédemment.

Si le plus difficile est beaucoup plus bénéfique



On a pris $f_1 = -2$ et $f_2 = 200$.
On remarque qu'alors, même si au départ, la population apprend le plus simple, elle apprend également le plus complexe, et donc la taille de la population augmente de nouveau.

4.4 Modification de la dépendance taux de mortalité-fitness

Au vu de ces résultats, nous nous sommes dit que le fait d'avoir une fitness négative n'avait pas un impact suffisant pour vraiment influer sur le comportement de la population. C'est pourquoi, nous avons fait augmenter le taux de mortalité maximal que peut atteindre une population.

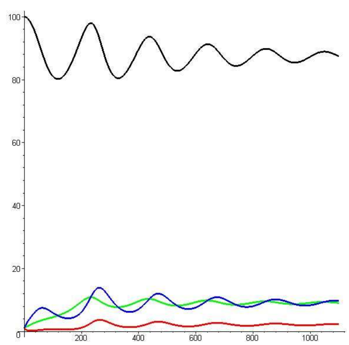
On se donne la fonction

$$\tau(f) = \frac{-2 * 0.08}{\pi} arctan(f) + 0.082$$

qui varie entre 0,02 et 0,002.

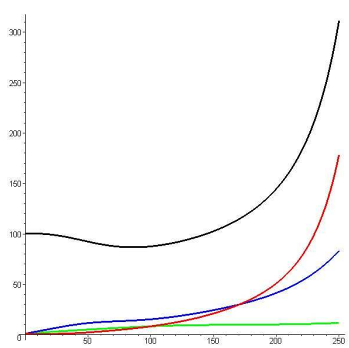
Dans ce cas, on obtient parallèlement à ce qui a été fait ci-dessus :

Si les fitness se compensent



On a pris $f_1 = -5$ et $f_2 = 5$, $\pi_1 = 0.05$ et $\pi_2 = 0.2$.
Le comportement est oscillant même s'il tend vers une limite. On remarque que dans la population très peu d'individus apprennent les memes.

Si le plus difficile est plus bénéfique



On a pris $f_1 = -5$ et $f_2 = 10$.
Comme avoir une fitness positive est très avantageux et que la population a tendance à apprendre le meme à fitness négative, ils doivent apprendre également le deuxième.

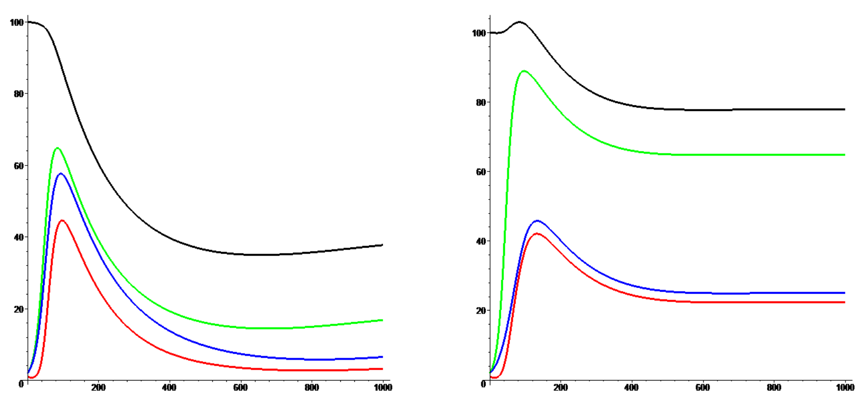
4.5 Intervention de l'individu

Pour l'instant, on s'est intéressé à la variation de la fitness et de la complexité des memes. On peut donc rapprocher notre modèle d'un modèle épidémiologique : en effet, on peut mettre en relation la complexité du meme avec la rapidité d'attraper une maladie ; et la fitness du meme avec le taux de mortalité de la maladie.
Pour donner un pouvoir de décision à l'individu, on fait varier δ, c'est à dire le taux d'oubli. Ainsi, on considère que l'individu peut oublier plus ou moins facilement un meme : oublier peut signifier ne plus s'en souvenir, ou encore ne pas l'utiliser et ne pas le transmettre.

On montre quelques exemples de notre analyse :
Les deux graphes représentent :
- en noir l'évolution de la population totale,
- en bleu l'évolution du nombre **total** d'individus connaissant m_1,
- en vert l'évolution du nombre **total** d'individus connaissant m_2,
- et en rouge l'évolution du nombre d'individus connaissant les deux memes.

Pour les deux graphes, on a pris des memes plutôt faciles à apprendre ($\pi_1 = \pi_2 = 0,1$), et on a pris un meme très néfaste ($f_1 = -5$, en bleu) et un meme bénéfique ($f_2 = 1$, en vert).

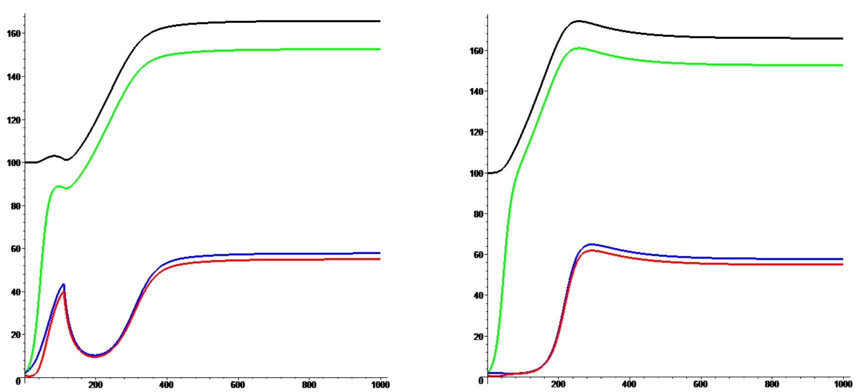
L'un est bénéfique, l'autre est néfaste



Pour le premier graphe, le taux d'oubli est identique pour les deux memes, et correspond au taux d'oubli standard qu'on utilise depuis le début ($\delta_1 = \delta_2 = 0,01$). On observe qu'initialement, les individus apprennent quasiment aussi rapidement le meme néfaste que le bénéfique, la différence est due au taux de mortalité plus important du meme néfaste, donc les individus connaissant seulement m_1 meurent plus facilement. La somme des fitness étant très négative, les individus meurent facilement, surtout ceux connaissant le meme néfaste. De moins en moins connaissent le meme néfaste et cela permet d'arriver à une certaine stabilité, la population se stabilise autour de 40 dans cet exemple.

Pour le deuxième graphe, on a fait varier le taux d'oubli : le meme néfaste s'oubli facilement ($\delta_1 = 0,03$), le meme bénéfique se retient plus facilement ($\delta_2 = 0,001$). Pour décider des valeurs à donner à δ, on a fait une étude préalable sur une population connaissant un seul meme. Le schéma d'évolution de la population est quasiment identique, mais on remarque que la population totale finale est beaucoup plus importante, elle se stabilise autour de 80 cette fois. Le nombre de personnes connaissant le meme bénéfique est également plus important. Ainsi, ces personnes peuvent apprendre le deuxième meme en risquant moins de mourir, c'est pourquoi le nombre de personnes connaissant le meme néfaste est beaucoup plus important et égal au nombre de personnes connaissant les deux memes. En effet, on n'a pas intérêt à apprendre le meme néfaste seulement.

Condition sur le taux d'oubli



Cette fois, dans le graphe de gauche, on a rajouté une condition sur le meme néfaste : si la population totale diminue trop rapidement (diminution relative supérieure à 1 pour-mille), alors le meme néfaste est oublié plus rapidement, on augmente δ_1 à 0,08. L'état de stabilité ne dépendant pas des conditions initiales, on obtient bien les mêmes valeurs à l'infini que dans le cas où δ_1 vaut 0,08 dès le début (ce que montre le graphe de droite). Cependant, ce qui est intéressant, c'est la chute du nombre de personnes connaissant m_1 avec l'augmentation du taux d'oubli. Ensuite, on a à nouveau une augmentation car la population totale a assez augmenté pour pouvoir "compenser" un taux de mortalité important et un taux d'oubli important, n'oublions pas que le taux d'apprentissage d'un meme dépend du nombre de personnes connaissant ce meme.

5 Conclusions

En conclusion, on peut dire que les individus ont d'abord tendance à apprendre ce qui est facile avant de s'occuper de se qui est mauvais ou pas. Si le meme le plus facile est néfaste, à cause d'une diminution de la population, celle-ci cherche alors à se stabiliser en apprenant des memes plus complexes ou plus bénéfiques. Dans le cas bénéfique, une fois que la population a atteint un niveau assez important, elle peut se permettre d'apprendre d'autres memes au risque que ceux-ci soient néfastes, alors la population se stabilise. Si tout ce qu'elle apprend est bénéfique pour elle, elle croît indéfiniment. Dans nos modèles, on se rend compte que, ce n'est pas la survie d'un individu en particulier qui compte mais celle de la population totale.

Ce modèle donne des résulats sur la transmissions des memes dans une population. Certains paramètres, comme la complexité du meme, ont une importance particulière. D'autres sont plus difficiles à visualiser (comme le rôle de la fitness). Nous avons vu, que les résultats sont en général cohérents avec ce que l'on attendait intuitivement.

Toutefois et comme le montre le choix de la fonction τ, les choix de modélisation ont une influence immense sur ces résultats. Il est important de faire la part de ce que donne le modèle et de ce que l'on lui voulait lui faire dire. Ainsi si l'on donne une forte influence de la fitness sur le taux de mortalité, les résultats s'en ressentiront, mais un taux de mortalité de 20% représente une épidémie mondiale comme la peste en Europe. Ce n'est donc pas le type de meme que nous voulions au départ étudier.

J'ai trouvé cela très intéressant de s'interroger sur le rôle des paramètres dans la modélisation pour savoir ceux que l'on peut négliger, ceux que l'on peut faire varier. Il est bien de se rendre compte que tous les paramètres ne peuvent pas tout d'abord faire partie d'un modèle. Ces interrogations nous poussent à comprendre le modèle intégralement et à ne pas avoir qu'une vision superficielle de son fonctionnement. C'est d'ailleurs ainsi que l'on comprend la complexité et parfois les incohérences de certaines mises en équations.

Références

[1] Sergey Gravrilets, Aaron Vose, *The dynamics of machiavellian intelligence*, (PNAS, November7, 2006, vol.103).

[2] Paul G. Higgs, *The mimetic transition : a simulation study of the evolution of learning by imitation*, (The Royal Society, March 23, 2000).

[3] L.L. Cavalli-Sforza, M.W. Feldman, *Cultural transmission and evolution : a quantitative approach*, (Princeton University Press, 1981).

[4] J. Stoer, R. Bulirsch, *Introduction to numerical analysis*, (Springer Verlag, 2002).