

Phénomène physique *découvert en 1911*

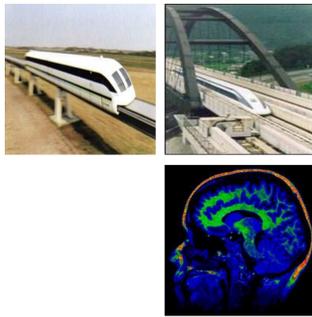
Supraconductivité : propriété que possèdent certains matériaux de **conduire le courant** électrique **sans résistance** (donc sans dissipation d'énergie) à condition que leur température soit inférieure à une certaine **température critique** T_c . Cette propriété est détruite lorsque le **champ magnétique** externe est trop intense.

Applications

◇ Train MagLev (552 km/h) ;

◇ Imageries médicales :

- IRM (Imagerie par Résonance Magnétique),
- RMN (Résonance Magnétique Nucléaire).



Théorie de Ginzburg-Landau (1950)

Introduction d'un paramètre d'ordre ψ ,

$|\psi|^2$ proportionnel à la densité des électrons supraconducteurs:

- le matériau est supraconducteur dans les zones où $|\psi| \sim 1$;
- il n'y a pas d'électron supraconducteur où $|\psi| \sim 0$.

Échantillon supraconducteur de section Ω , de caractéristique κ ,

(κ petit : supraconducteur de type I, κ grand : supraconducteur de type II)

soumis à un champ magnétique extérieur \mathcal{H} d'intensité σ

\mathcal{A} potentiel magnétique induit.

Énergie libre du matériau :

$$\mathcal{G}(\psi, \mathcal{A}) = \underbrace{\int_{\Omega} \left(|\nabla - i\kappa\mathcal{A}\psi|^2 + \frac{\kappa^2}{2} (|\psi|^2 - 1)^2 \right) dx}_{\text{énergie des électrons supraconducteurs}} + \underbrace{\kappa^2 \int_{\Omega} |\text{rot}\mathcal{A} - \mathcal{H}|^2 dx}_{\text{énergie magnétique}}$$

Résultats mathématiques

But : Localiser des électrons supraconducteurs suivant la géométrie de Ω en cherchant les fonctions ψ qui minimisent l'énergie \mathcal{G} .

On ne sait pas calculer exactement ψ mais on peut donner des informations.

Pour κ grand, on prouve l'existence de trois champs critiques :

- $\sigma < B_{C_1}(\kappa)$: le seul minimiseur de \mathcal{G} vérifie $|\psi| \simeq 1$ partout (état supraconducteur);
- $B_{C_1}(\kappa) < \sigma < B_{C_2}(\kappa)$: état mixte. Les phases normale et supraconductrice coexistent (donc ψ s'annule à certains endroits);
- $B_{C_2}(\kappa) < \sigma < B_{C_3}(\kappa)$: état mixte. La supraconductivité a disparu à l'intérieur et subsiste à la surface du matériau. Le minimiseur de \mathcal{G} est tel que $|\psi| > 0$ à la surface du matériau tandis que $|\psi| \simeq 0$ à l'intérieur ;
- $\sigma > B_{C_3}(\kappa)$: $\psi = 0$ partout (état normal).

Apparition de la supraconductivité

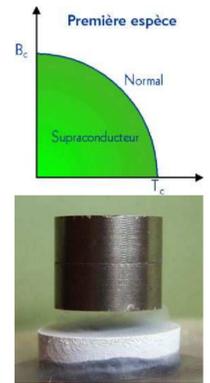
Que se passe-t-il si on maintient un matériau en dessous de sa température critique et qu'on abaisse progressivement le champ magnétique extérieur ? Pour le savoir, on regarde le comportement de ψ au voisinage du champ critique $B_{C_3}(\kappa)$ en utilisant des domaines modèles : le plan, le demi-plan, les secteurs angulaires.

On montre que ψ est localisé sur le bord du domaine.

Deux types de supraconducteurs

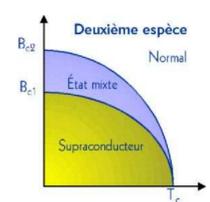
Supraconducteur de type I : deux états possibles.

- En dessous de B_c , le matériau est **parfaitement supraconducteur** : il conduit le courant sans dissipation et repousse tout champ extérieur, d'où un effet de lévitation possible (effet Meissner);
- Au dessus de B_c , le matériau est dans l'**état normal** et retrouve une résistivité élevée.



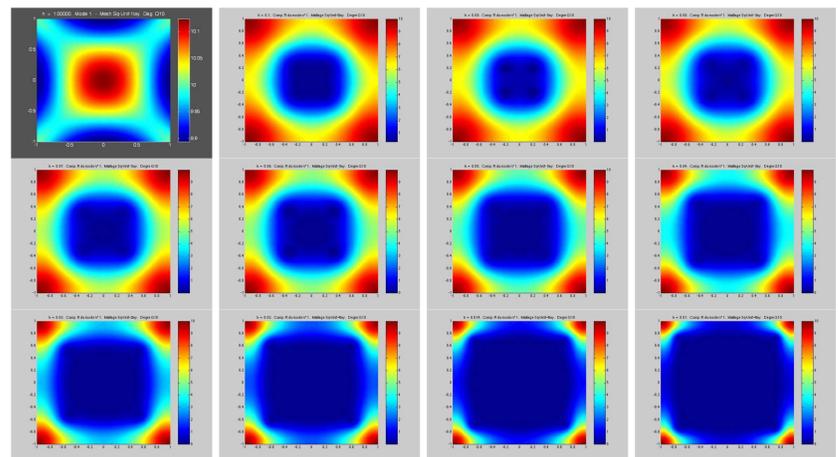
Supraconducteur de type II : trois états possibles.

- En dessous de B_{c_1} , **parfaitement supraconducteur**;
- Entre B_{c_1} et B_{c_2} , **état mixte** : bien que supraconducteur, le matériau est pénétré par le champ magnétique extérieur à travers des petits tubes, appelés *vortex*, de plus en plus denses quand le champ augmente;
- Au dessus de B_{c_2} , **état normal**.

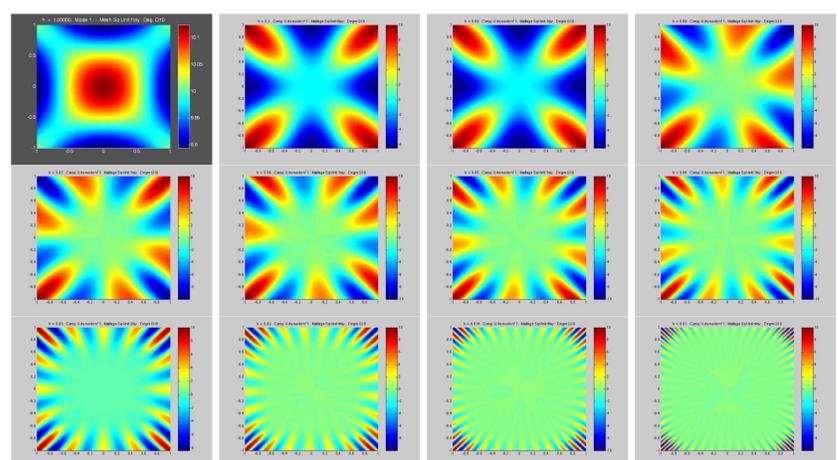


Simulations numériques

On complète les résultats théoriques par des simulations numériques pour avoir une approximation de ψ .



Localisation de la supraconductivité suivant l'intensité du champ.



Conjecture

En abaissant le champ magnétique appliqué, il semble donc que la supraconductivité apparaisse d'abord sur le bord du matériau et plus précisément dans les plus petits coins.