

# Quelques traits du métier de chercheur

Virginie BONNAILLIE - Antoine ROUSSEAU

*Université Paris-Sud*

Cluses, 28 Janvier 2004

## Plan de l'exposé :

1. Que fait un enseignant-chercheur ?
2. Pour quoi et pourquoi ?
3. Quelques branches des maths et leurs applications.
4. Comment “chercher” ?
5. Étude de la diffusion de la chaleur.

# 1. Que fait un chercheur ?

## - Recherche

- Ce n'est pas :
  - \* faire du calcul,
  - \* résoudre des exercices.
- C'est :
  - \* utiliser des résultats déjà connus pour établir de nouvelles théories,
  - \* un travail jamais achevé.

## - Enseignement (cours ou TD en fac)

## 2. Pour quoi et pourquoi ?

- comprendre, expliquer et prévoir les phénomènes naturels,
- développer les nouvelles technologies et faire avancer les sciences,
- assurer la sécurité et la confidentialité de transferts de données.
- et bien plus encore ...

### 3. Quelques branches des maths et leurs applications

Algèbre  $\Rightarrow$  mathématiques abstraites,

Géométrie  $\Rightarrow$  astrophysique,

Arithmétique  $\Rightarrow$  codage, cryptographie,

Probabilité  $\Rightarrow$  finances, turbulence, physique quantique,

Analyse numérique  $\Rightarrow$  physique, biologie, finances.

+ ponts entre les différentes branches.

## 4. Comment “chercher”?

- “Laver” le problème : comprendre ce qui est important et ce qui l’est moins, ce qui est pertinent ou pas.
- Extraire un modèle simplifié mais viable en termes mathématiques :
  - assez simple pour savoir le résoudre,
  - assez complexe pour coller suffisamment avec la réalité.
- Utiliser les outils informatiques pour faire les calculs, si besoin est, ou simuler le phénomène réel et prévoir les résultats.

- Lire des articles de revues mathématiques (beaucoup) pour connaître et assimiler les résultats déjà acquis.
- Assister à des séminaires et des groupes de travail pour présenter ses questions et mettre en commun ses connaissances et ses idées.
- Essayer de résoudre son propre problème.
- Savoir faire demi-tour quand on est dans une impasse et accepter de tout recommencer après un “échec”.

# Étude de la diffusion de la chaleur

Phénomène physique



Modélisation mathématique (E. D. P.)



Modélisation numérique

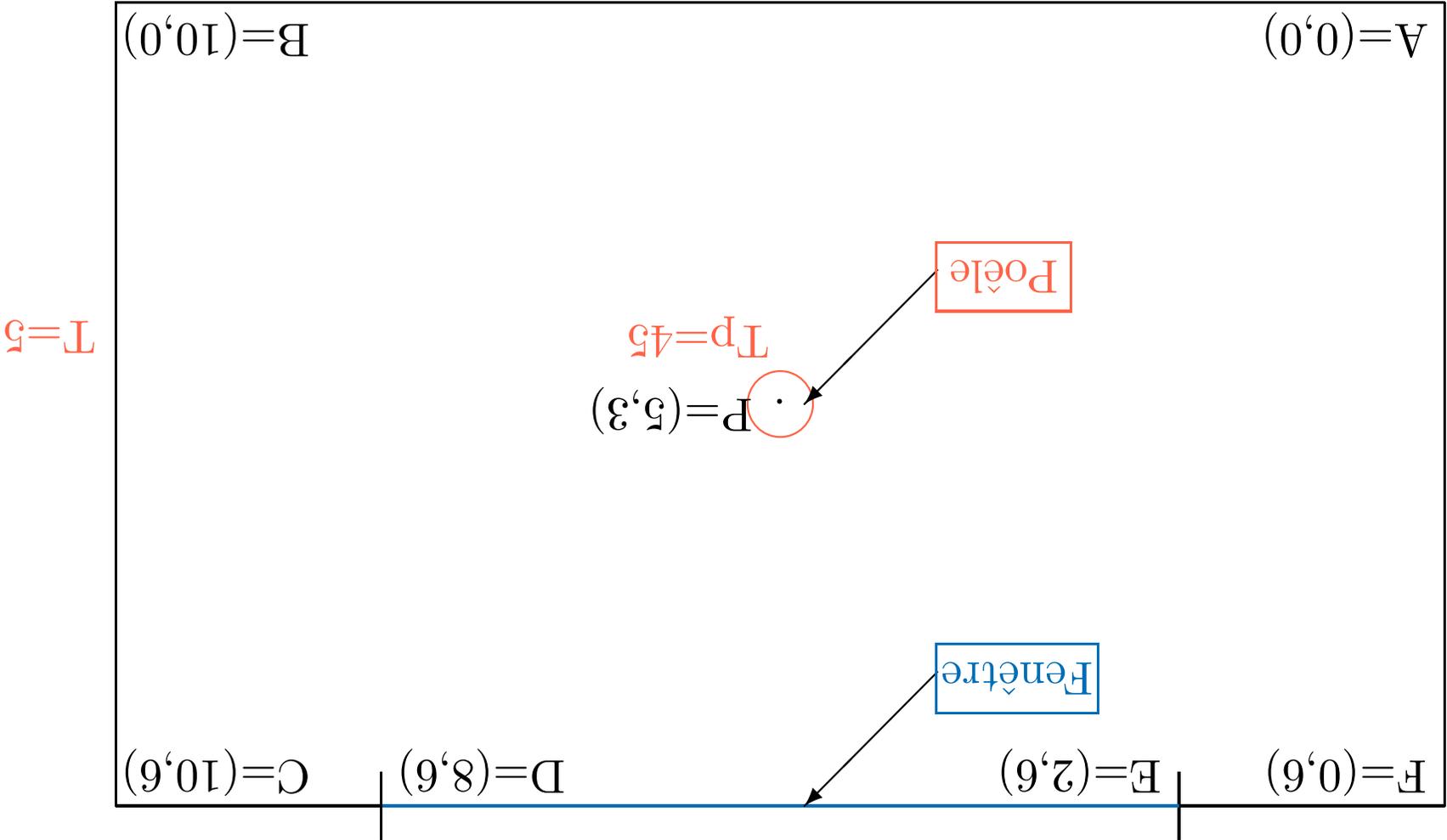


Résolution numérique



Prévisions + exploitation des résultats

# Probleme physique



**But :** Déterminer l'évolution de la température à chaque endroit de la salle de classe.

**Conditions :**

- Température initiale de la classe :  $T=5^{\circ}$ .
- Température de poêle maintenue à  $T_p=45^{\circ}$ .
- Murs totalement isolants  
 $\Rightarrow$  aucun flux de chaleur avec l'extérieur.
- Fenêtre très peu isolante  
 $\Rightarrow$  reste à la température extérieure.

## Modélisation mathématique

### Notations :

$(x, y)$  : coordonnées des points,

$t$  : temps

$u(x, y, t)$  : température au point de coordonnées  $(x, y)$  et à l'instant  $t$ .

### Équation de la chaleur :

$$\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} = c \left( \frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial y^2} \right).$$

### Conditions initiales :

$u(x, y, 0) = 45$  pour le poêle,

$u(x, y, 0) = 5$  pour le reste de la salle.

### Conditions de bord :

$$u(x, y, t) = 45 \quad \text{pour le poêle,}$$

(température constante du poêle)

$$u(x, y, t) = 5 \quad \text{pour la fenêtre,}$$

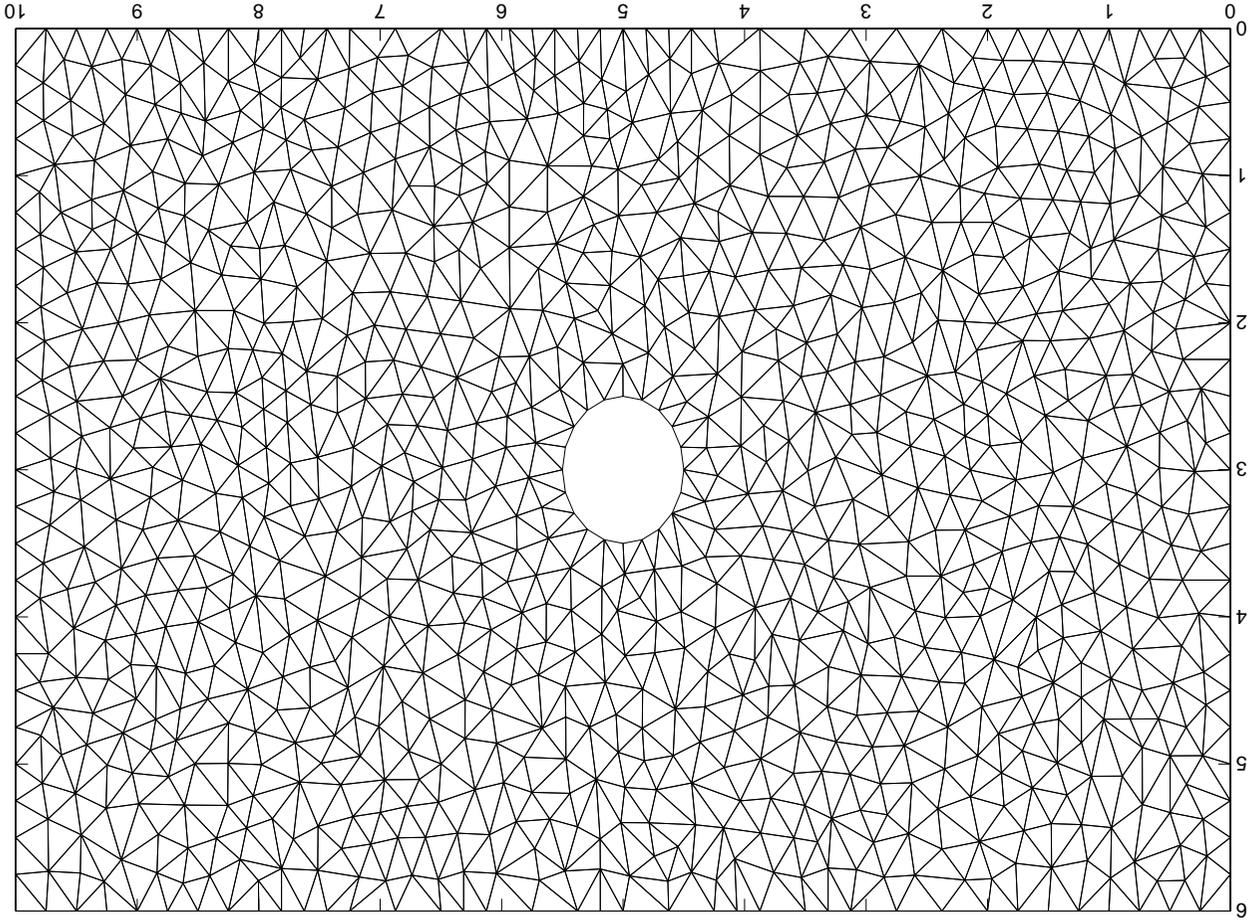
(température extérieure)

$$\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial n} = 0 \quad \text{pour les murs,}$$

(pas de flux de chaleur avec l'extérieur).

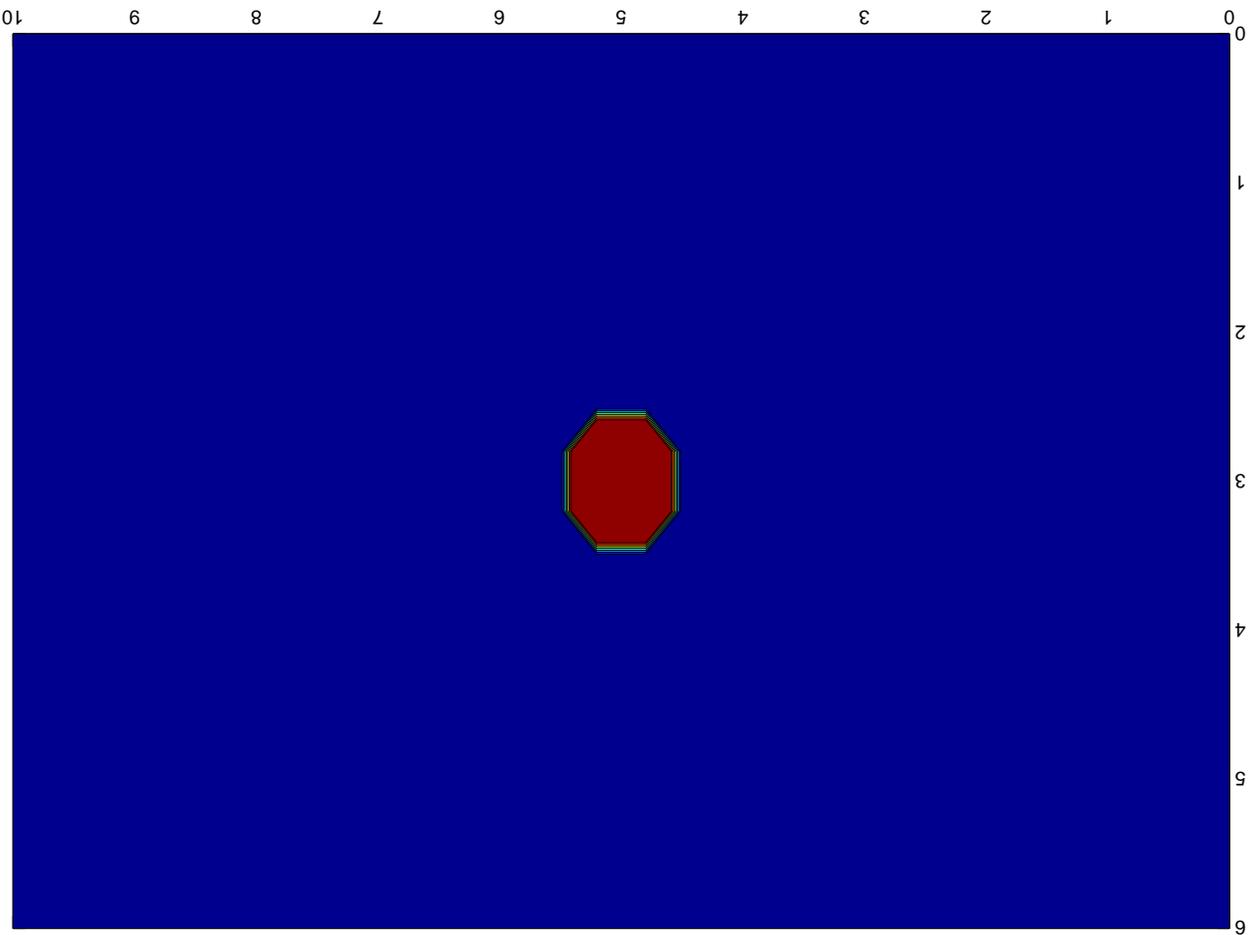
# Modélisation numérique

## Maillage du domaine

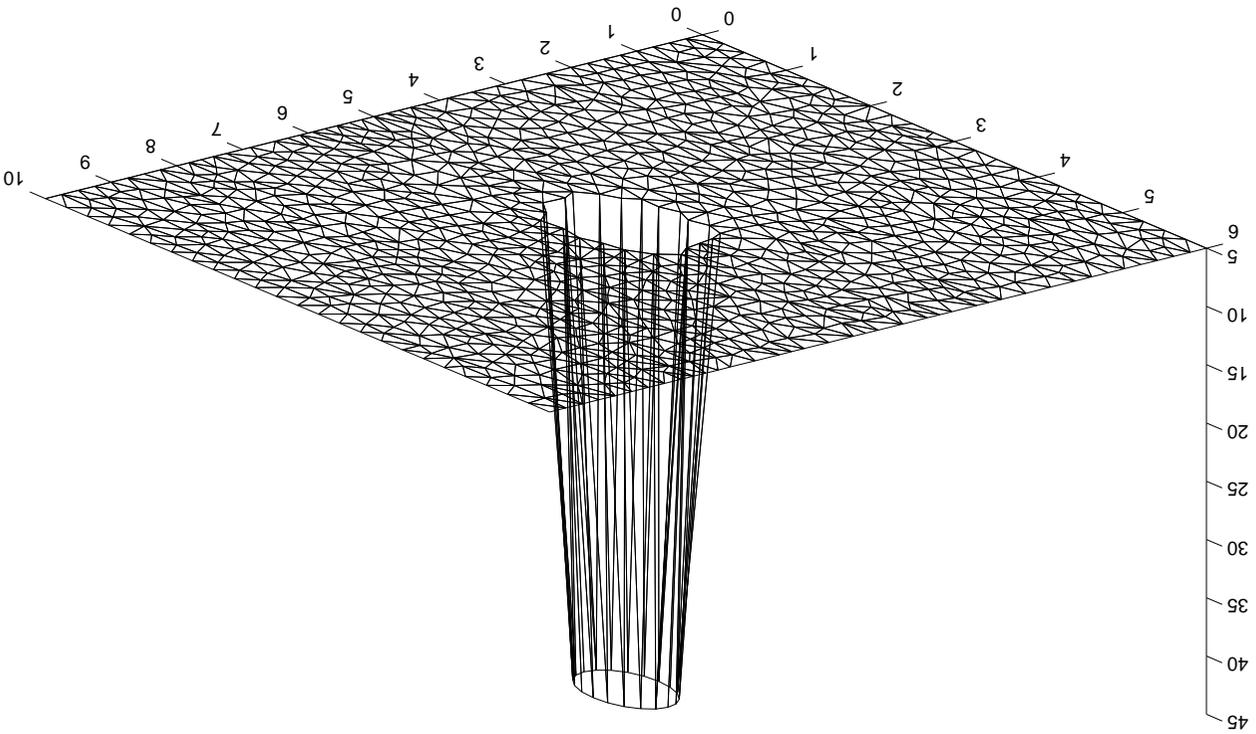


## Principe de la méthode des éléments finis :

- Choix d'un maillage.
- Choix de "degrés de liberté" : on cherche la température uniquement aux sommets des triangles.
- Réécriture de l'E. D. P. de manière discrète  
⇒ on écrit une relation entre les valeurs des températures entre deux instants consécutifs.
- Résolution.

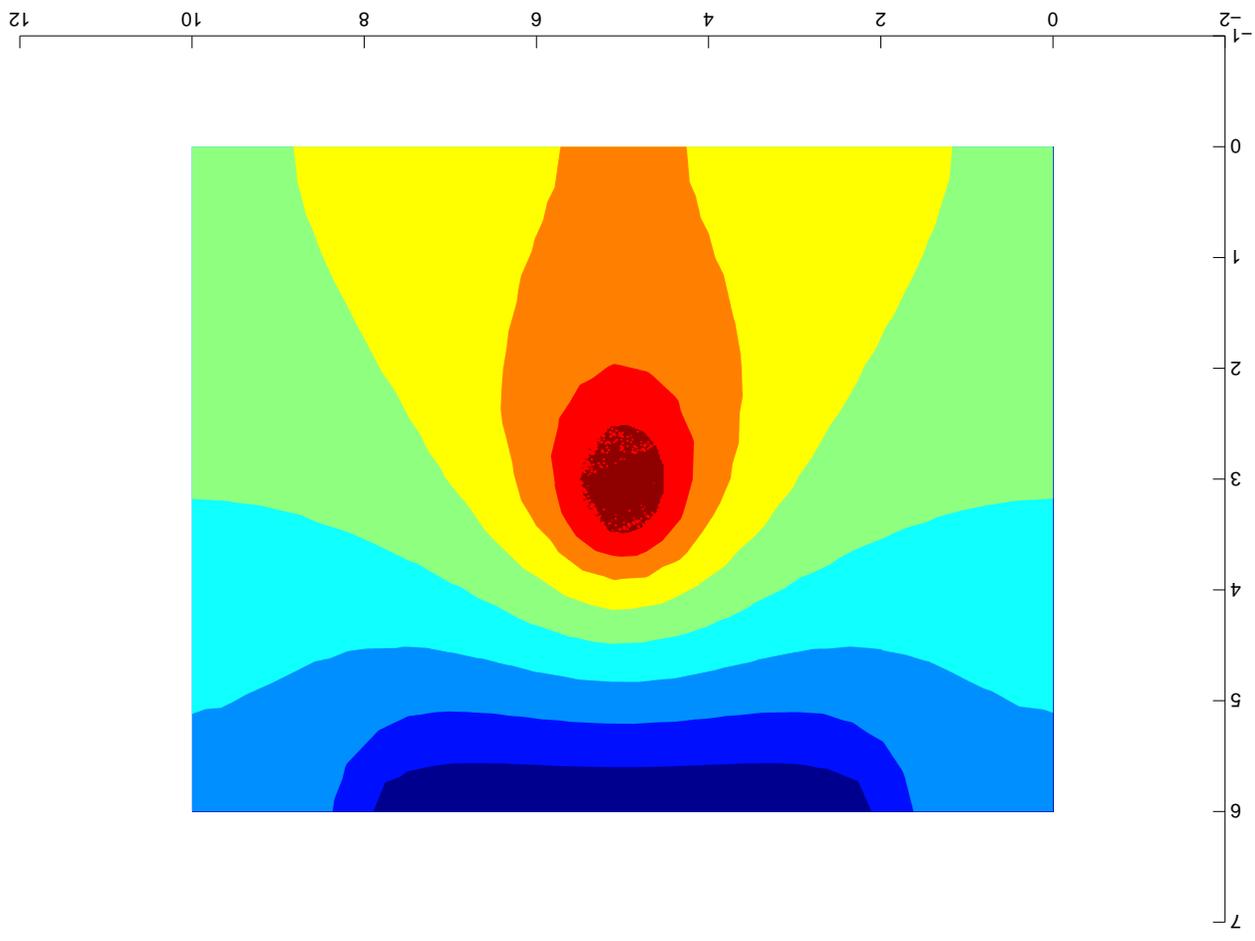


Condition initiale

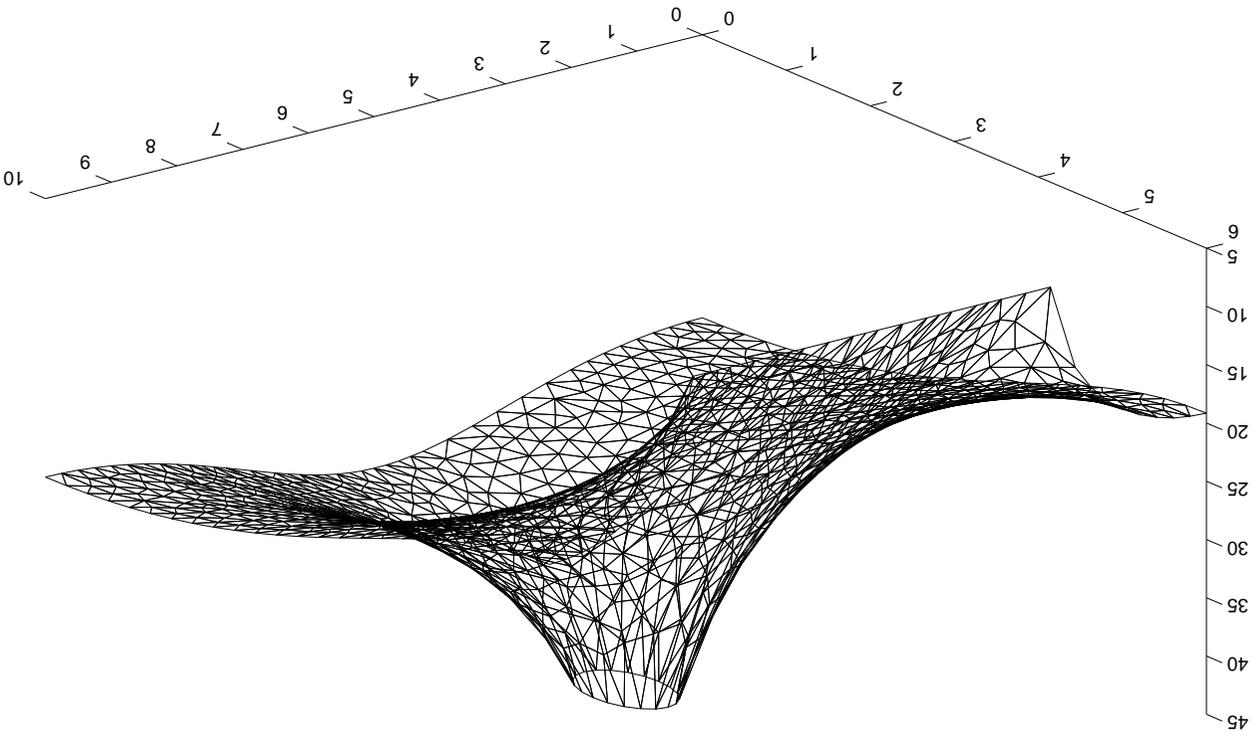


Condition initiale

Solution stationnaire :  $\Delta u = 0$



Solution stationnaire :  $\Delta u = 0$



## Conclusion :

