

Classes caractéristiques et sphères exotiques

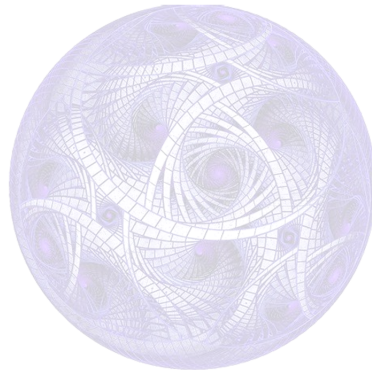
Résumé

Une sphère exotique est une variété différentielle qui est homéomorphe mais non difféomorphe à la n -sphère unité S^n . On va s'intéresser à ces variétés "exotiques", semblables à une sphère, d'un point de vue de leurs propriétés topologiques, mais avec des structures différentielles inhabituelles. Est-ce qu'il existe des sphères exotiques ? Pour quelle valeur de la dimension ? Peut-on les classifier ?

En général, on ne sait pas pour quelles dimensions existent des sphères exotiques (ni a fortiori combien elles sont). Par exemple, il n'en existe pas en dimension 12, le cas de la dimension 4 est encore un problème ouvert, etc. Historiquement, les premières sphères exotiques ont été construites en 1956 par John Milnor en dimension 7. Quelques années plus tard, Kervaire et Milnor ont établi une classification plus complète en montrant que l'ensemble des classes de difféomorphismes de sphères exotiques orientées de dimension 7 forment un groupe cyclique d'ordre 28.

L'objectif de ce groupe de travail est de s'intéresser aux travaux de Milnor et Kervaire sur les sphères exotiques. Pour cela, nous introduisons la notion de classes caractéristiques, des invariants cohomologiques qui jouent un rôle clef dans l'étude des variétés, des fibrés vectoriels et la construction de sphères exotiques.

Prérequis : Cours de Topologie algébrique



Références

- [BT82] Raoul Bott and Loring W. Tu. *Differential forms in algebraic topology.*, volume 82 of Graduate Texts in Mathematics. Springer New York, 1982.
- [Hat17] Allen Hatcher. *Vector Bundles and K-Theory*. 2017. Version 2.2, November 2017
- [Ker60] M. A. Kervaire. *A manifold which does not admit any differentiable structure*. Comment. Math. Helv., 34 :257–270, 1960.
- [KM63] Michel A. Kervaire and John W. Milnor. *Groups of homotopy spheres*. I. Ann. Math. (2), 77 :504– 537, 1963.
- [Mil56] John W. Milnor. *Manifolds homeomorphic to the 7-sphere*. Ann. Math. (2), 64 :399–405, 1956.
- [MS74] John W. Milnor and James D. Stasheff. *Characteristic classes.*, volume 76. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1974