

Théorie cinétique : de Newton à Euler en passant par Boltzmann

Ce groupe de travail propose de s'intéresser à la théorie cinétique [7], servant notamment de modèle intermédiaire entre les équations de Newton microscopiques et les équations macroscopiques de la mécanique des fluides, et ayant mis en premier en évidence l'irréversibilité entropique [3].

La dérivation de l'équation de Boltzmann mésoscopique à partir des équations microscopiques des gaz est connue sous le nom de *théorème de Lanford* [5], et constitue l'axe principal de ce groupe de travail.

Détail des séances

- **Séance 1** (16 septembre) Séance introductive, théorie cinétique, théorème de Boltzmann–Lanford, présentation des séances.
- **Séance 2** (23 septembre) Modèles et EDP considérées, entropie et théorème d'irréversibilité de Boltzmann, étude des états d'équilibre [6, partie 1.7] et exposition des résultats principaux. [5, chapitres 1 à 3]
- **Séance 3** (30 septembre) Équation de transport [1, chapitre 2]. Bornes sur l'opérateur quadratique, existence et unicité pour l'équation de Boltzmann près du vide [6, partie 2.1].
- **Séance 4** (7 octobre) Définition rigoureuse du flot microscopique (petit argument géométrique), calcul des hiérarchies BBGKY et de Boltzmann (calculs sur les formulations faibles, formule de Green) [5, chapitre 4].
- **Séance 5** (14 octobre) Introduction des bons espaces fonctionnels et estimées de continuité uniformes (opérateurs intégraux dans des espaces de Banach) [5, parties 5.2 et 5.3].
- **Séance 6** (21 octobre ?) Étude des conditions initiales : conditions initiales admissibles et convergence (petit travail combinatoire, théorème de Hewitt et Savage), annonce du résultat de convergence [5, parties 6.1 et 6.2].
- **Séance 7** (18 novembre) Rappel du résultat de convergence, exposé de la stratégie de preuve et approximations successives pour se ramener à la situation simplifiée [5, parties 6.2 à 7.3].
- **Séance 8** (2 décembre) Présentation (assez conceptuelle) des pseudo-trajectoires, étude des « bonnes » trajectoires et stabilité par adjonction de particules [5, parties 7.4 et 12.1].
- **Séance 9** (9 décembre) Rappel de la propriété de stabilité par adjonction de particules, lemmes géométriques et preuve de la proposition géométrique [5, chapitre 12].
- **Séance 10** (16 décembre ?) Construction récursive des bonnes pseudo-trajectoires et résolution des approximations (exposé de synthèse) [5, chapitre 13].
- **Séance 11** (6 janvier) Proximité des pseudo-trajectoires, estimation des erreurs et preuve de la convergence (exposé de synthèse) [5, chapitre 14].
- **Séance 12 ?** (13 janvier) Équation de Boltzmann proche de l'équilibre : étude de l'équation linéarisée [4, chapitre 7], [1, chapitre 3]. Équation de Rayleigh–Boltzmann linéaire [2, partie 1.2].
- **Séance 12 ?** (13 janvier) Présentation des limites hydrodynamiques [4, parties 3.8 et 11]. Dérivation de l'équation de la chaleur à partir de l'équation de Rayleigh–Boltzmann [2, partie 6.1].

Références

- [1] G. ALLAIRE, X. BLANC, B. DESPRÈS et F. GOLSE : *Transport et diffusion*. 2015.
- [2] T. BODINEAU, I. GALLAGHER et L. SAINT-RAYMOND : The Brownian motion as the limit of a deterministic system of hard-spheres, 2015.
- [3] L. BOLTZMANN : *Lectures on Gas Theory*. Dover Books on Physics. Dover Publications, 1995.
- [4] C. CERCIGNANI, R. ILLNER et M. PULVIRENTI : *The mathematical theory of dilute gases*, vol. 106 de *Applied Mathematical Sciences*. Springer-Verlag, New York, 1994.
- [5] I. GALLAGHER, L. SAINT-RAYMOND et B. TEXIER : From Newton to Boltzmann : hard spheres and short-range potentials, 2013.
- [6] R. T. GLASSEY : *The Cauchy problem in kinetic theory*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 1996.
- [7] C. VILLANI : A review of mathematical topics in collisional kinetic theory. *Handbook of Mathematical Fluid Dynamics*, 1, 2002.

